

MultiObjective Robust Network Design under Uncertain Traffic

An approach based on Evolutionary Algorithm

Adolfo Arteta
 Facultad Politécnica
 Universidad Nacional de Asunción - UNA
 San Lorenzo, Paraguay
 Email: fitoartt@gmail.com

Diego P. Pinto-Roa
 Facultad Politécnica
 Universidad Nacional de Asunción - UNA
 San Lorenzo, Paraguay
 Email: dpinto@pol.una.py

Abstract—Given the importance and complexity of the problem of robust network design, this work, studies the robust network design subject to guarantee certain level of quality of service, so that the reservation of an adjustable bandwidth for each node, the network is not negatively influenced by traffic from the rest of the network. Therefore a MultiObjective Evolutionary Algorithm (MOEA) is proposed to solve and find the robust network design, inspired by the concept of price of robustness, which simultaneously minimizes the cost of network, inequity traffic and maximizes the traffic service in the worst case scenario. Finally, experimental results show the benefits of the proposed approach to get a set of non-dominated solution on which it can make, a better decision making.

Keywords—Robust network design, hose model, price of robustness, fairness, MultiObjective Optimization Problem, MultiObjective Evolutionary Algorithm.

I. INTRODUCCIÓN

Debido a su importancia en la actualidad, los problemas de diseños de redes de comunicaciones reciben cada vez una mayor atención. En particular, la clase de problemas de diseño de redes robustas. El diseño de redes de comunicaciones, típicamente, se refiere a decisiones sobre topología de la red, anchos de banda o capacidades instaladas en los enlaces físicos y nodos, tipo y esquema de enrutamiento [1]. El término robusta en este trabajo se limita en la asignación adecuada de capacidad a la red para hacer frente a variaciones a distintos escenarios inciertos de tráfico en cualquier momento [2], [5], donde los escenarios se pueden modelar por matrices de tráfico.

El conjunto de matrices de tráfico se puede dar de forma explícita, es decir que consiste en una lista de matrices a ser atendidas, o de manera implícita, lo que significa que se debe atender a todas las matrices que pertenecen a un *poliedro* dado [10]. Una posible representación *poliédrica* de las demandas es el modelo *hose* [8]. En este modelo, se dan los límites sobre el tráfico del nodo y todas las matrices que cumplan con los límites pertenecen al *poliedro*. El esquema de enrutamiento juega un rol importante en el diseño de redes. El esquema de enrutamiento es dinámico si podemos seleccionar un enrutamiento diferente para cada matriz, y es estático con el mismo enrutamiento para todas las matrices [1]. Los flujos son no fraccionables si cada demanda punto a punto debe utilizar un único camino, o fraccionables si el

flujo para cada demanda puede ser dividida a lo largo de varios caminos [1]. En la práctica, las redes de comunicaciones se diseñan normalmente sin el conocimiento del tráfico real, es decir, existe incertidumbre en el tráfico [1]. En este contexto, Soyster [4], Ben-Tal y Nemirovski [3] crearon el término de un conjunto incierto que se agrega al modelo de tráfico y contiene todos los posibles escenarios contra el que la robustez debe satisfacer. En [16] y [17] Bertsimas y Sim proponen un diseño de red robusta parametrizado, en donde basado en el concepto del *Precio de la Robustez*, se busca un equilibrio entre la robustez y el costo de diseño, esto es, α -Robustez. En este trabajo, quedó evidenciado que la robustez y el costo son funciones objetivos contradictorios.

El dimensionamiento o ampliación de la capacidad de las redes de telecomunicaciones son cambiantes, además de ser una tarea compleja, es crucial hacerlo cuidadosamente con respecto a los costos para equipos de red que garanticen un enrutamiento para todas las demandas de tráfico esperado, asegurando el comportamiento y la flexibilidad de la red resultante. Por lo tanto, el presente trabajo propone tratar al problema del diseño de redes α -Robustas, como un enfoque de optimización multiobjetivo donde la incertidumbre del tráfico se basa en el modelo *hose* con enrutamiento estable, y flujos fraccionables. Básicamente, se busca calcular la solución que minimice el costo de diseño de red, que maximice la α -Robustez global del sistema y la equidad sobre la α -Robustez de los usuarios, simultáneamente.

El presente trabajo está organizado de la siguiente manera: la Sección II presenta los modelos de tráfico para diseño robusto; la Sección III discute los trabajos relacionados al problema de diseño robusto, el *Precio de la Robustez* y nociones sobre la equidad; la Sección IV explica los conceptos de una optimización multiobjetivo, la Sección V presenta el planteamiento y la formulación matemática del problema; la Sección VI habla del concepto relacionado a la computación evolutiva, en la Sección VII expone la propuesta de solución basada en Algoritmo Evolutivo MultiObjetivo; la Sección VIII discute los resultados experimentales obtenidos; finalmente, la Sección IX presenta las conclusiones y líneas de trabajo futuro.

II. MODELO DE TRÁFICO PARA DISEÑO ROBUSTO

Como se mencionó en la introducción, una red puede ser diseñada en función a la demanda de tráfico que se desea

satisfacer. Las matrices de tráfico proveen información sobre la capacidad demandada entre nodos. Por lo general, para diseñar una red se utiliza estas matrices [20].

Dada una red representada por un grafo $G=(V, E)$, tal que V es el subconjunto de nodos y E es el conjunto de enlaces; existen diferentes métodos para modelar el conjunto Θ de matrices de tráfico $D = [t_{sd}]_{s,d \in V}$, donde t_{sd} es el tráfico desde el nodo fuente $s \in V$ al nodo $d \in V$ destino. Según [1], existen tres modelos de interés para especificar Θ : el modelo *discreto*, el modelo *hose*, y el modelo *poliédrico* o convexo.

En el modelo *discreto* se considera un conjunto finito $\Theta = \{D_1, D_2, \dots, D_k\}$ de matrices de demanda que especifican de antemano un conjunto de escenarios de tráfico entre cada par de nodos fuente-destino, a este modelo se lo conoce también como modelo *pipe* [10].

De acuerdo con [1], los modelos discretos no son muy útiles para modelar la robustez; sin embargo, por su parte, los modelos *hose* y *poliédrico* han sido planteados para mejorar problemas de diseño robusto de redes [8], [1].

Se dice que una red es robusta si puede transportar la demanda de tráfico sin pérdidas en el peor escenario de tráfico [21].

En el modelo *hose* los usuarios especifican un conjunto de fuentes $s \in V$ que serán conectados con una garantía de servicio determinada, siendo la única información necesaria para cada uno de los nodos las capacidades requeridas de tráfico agregado de salida o llegada.

Aunque el modelo *hose* fue propuesto originalmente en [8] para caracterizar el servicio de clientes VPN (Virtual Private Networks), de forma más general, sirve también para modelar situaciones donde la cota superior de las conexiones está limitada por cuestiones físicas de los dispositivos o acuerdos con prestadores [8]. En el modelo *hose* el conjunto de matrices de demanda Θ a considerar es el conjunto de todas las posibles demandas que satisfacen la restricción de capacidad de cada nodo en V . En ese contexto, sea $b(s)$ la cota para el tráfico de salida al nodo $s \in V$, el conjunto Θ para una conexión simétrica sobre un grafo no dirigido en el modelo *hose* es [1]:

$$\Theta = \{D : \sum_{d \in V} t_{sd} \leq b(s), \forall s \in V\}. \quad (1)$$

Para una conexión asimétrica con capacidades de entrada y salida diferentes deben considerarse dos cotas no negativas b_{in} y b_{out} para la recepción y transmisión respectivamente. Entonces, para una conexión asimétrica sobre un grafo no dirigido, $D \in \Theta$ si y sólo si [1]:

$$\sum_{d \in V} t_{sd} \leq b_{out}(s) \quad \forall s \in V, \text{ y} \quad (2)$$

$$\sum_{s \in V} t_{sd} \leq b_{in}(d) \quad \forall d \in V. \quad (3)$$

En el modelo *poliédrico* [10], [11] para modelar la incertidumbre se asume que el conjunto de matrices de demanda de tráfico satisface algunas inecuaciones lineales. En este modelo se especifican restricciones lineales (inecuaciones) sobre cada variable de la matriz de tráfico ($|V|^2$ restricciones). El modelo *hose* es un caso particular y simple del modelo *poliédrico*. Básicamente, la demanda de tráfico se dice que es *poliédrica* si un vector de demanda de tráfico t_{sd} puede ser cualquier punto en el *poliedro* $P(\Theta)$ descrito por las inecuaciones [10]:

$$P(\Theta) = \{D : A \cdot t_{sd} \leq b, \forall s, d \in V\}. \quad (4)$$

donde A es una matriz de valores reales y b es un vector de valores reales.

Los modelos *poliédrico* y *hose* son aplicados a problemas de diseño de redes robustas [1]. Un problema asociado a estos modelos, es que, dado un conjunto de restricciones, podría existir un número infinito de escenarios de tráficos [10], [11]. El modelo discreto puede ser aplicado tanto al diseño robusto como también al diseño estocástico [5] pero no garantiza la robustez.

III. TRABAJOS RELACIONADOS

Varios trabajos proponen utilizar el modelo *hose* para modelar la incertidumbre en un contexto de robustez, dando así inicio a una nueva línea de investigación [8], [12], [13]. Así, en [8] se propuso el modelo *hose* basado en restricciones. En [14] abordan el problema de aprovisionamiento de ancho de banda para redes virtuales privadas. Suponiendo un tráfico basado en el modelo *hose*. Además, considerando sólo una matriz de tráfico, en [14] se muestran experimentalmente los beneficios del enrutamiento fraccional sobre los modelos de árbol de enrutamiento y enrutamiento no fraccional. Luego, en [12] extienden este enfoque considerando la incertidumbre de tráfico basado en simulaciones Montecarlo. Ambos trabajos [12] y [14] utilizan una formulación lineal. En [10] y [11] se introduce el concepto de modelo *poliédrico* [15] para modelar la incertidumbre de tráfico en redes. En lugar de describir las matrices de demanda en forma explícita, Ben Ameer y Kerivin [9], [10] consideran que el enrutamiento optimizado de las demandas pueden variar dentro de un *poliedro* dado. Por su parte, [6] demuestra que el enrutamiento fraccional con incertidumbre de tráfico *poliédrico* es un problema coNP-completo. Básicamente, las restricciones impuestas por el sistema de comunicación son utilizadas para representar al conjunto completo de tráfico.

En [10] se presenta un enfoque basado en el modelo *poliédrico* para el problema de enrutamiento bajo incertidumbre. En dicho trabajo se considera un enrutamiento estable en donde iterativamente se calculan rutas y demandas mientras alguna restricción no sea satisfecha. Dado que adoptar un modelo de enrutamiento estable podría generar soluciones de diseño costosas, es necesario considerar modelos de enrutamiento dinámicos, cuando ello sea posible [16]. En este sentido, [18] estudia los beneficios entre el enrutamiento dinámico frente al estable, considerando incertidumbre de tráfico *poliédrico*. Para lograr esto, [18] propone el concepto de particionamiento del conjunto de soluciones, entonces, en cada porción del espacio se calcula una ruta estable distinta.

Como fue mencionado anteriormente, el problema de enrutamiento robusto es un problema coNP-completo [6], por ello el diseño de heurísticas es clave para tratar el problema en cuestión cuando se consideran redes de gran porte. En este contexto, en [20] se propuso el diseño robusto de redes considerando el modelo de tráfico *hose* con técnicas de Algoritmos Genéticos, donde se busca minimizar el costo de la red, basado en enrutamiento estable. Por otra parte, debe ser considerado que un diseño robusto puede ser muy costoso. Este inconveniente se extiende en la siguiente sub-sección.

A. Precio de la Robustez

Bertsimas y Sim [16] proponen un enfoque de programación lineal para optimización robusta con un nivel ajustable de robustez, dando así inicio, al concepto de α -Robustez. Los parámetros de optimización son inciertos, pero tienen alguna distribución simétrica no conocida que toma valores íntegramente en un intervalo finito. Para cada restricción i , se introduce un parámetro Γ_i . Si cambia menos de un número predefinido de coeficientes Γ_i , entonces se garantiza que la solución sea factible. Por otro lado, si cambian más coeficientes, la solución se mantiene igual factible con alta probabilidad.

Bertsimas y Sim proporcionan límites ajustados de probabilidad simétrica, variables aleatorias delimitadas con el fin de cuantificar esta probabilidad. Al cambiar el valor de Γ_i , se puede intercambiar entre el nivel de robustez y el conservadurismo.

El parámetro Γ_i controla la compensación entre la probabilidad de violación de restricción y el efecto a la función objetivo de un problema nominal, lo cual se denomina el *Precio de la Robustez* [16].

El trabajo de [16] asume que las demandas son λ^{sd} son variables aleatorias simétricas para un modelo *pipe*, donde $\lambda^{sd} \in [\bar{\lambda}^{sd} - \hat{\lambda}^{sd}, \bar{\lambda}^{sd} + \hat{\lambda}^{sd}]$, y $\bar{\lambda}^{sd} = E[\lambda^{sd}]$. Para cada (i,j) , se introduce un parámetro que toma valores entre 0 y η_{ij} , el número de demandas que atraviesan el enlace (i,j) . Su enfoque es asignar capacidad para proteger contra cualquier escenario, donde el Γ_{ij} de las demandas exceden su promedio, mediante la capacidad para soportar el peor caso. Se supone que las demás demandas no excedan su media, por tanto se le asignan una capacidad de $\bar{\lambda}^{sd}$. Este enfoque tiene la propiedad de que si más demandas Γ_{ij} exceden su media, es aún factible con alta probabilidad tener solución robusta. En consecuencia, variando el parámetro Γ_{ij} se ajusta la robustez de la formulación. Para Γ_{ij} cercano a 0, se asigna poca capacidad y la probabilidad de esta capacidad es insuficiente para soportar el tráfico alto. Por el contrario, el establecimiento de un valor alto a Γ_{ij} da como resultado un sobre-suministro a la capacidad del enlace. En este punto es clave mencionar que un enfoque α -Robustez se puede obtener soluciones de bajo costo a costa de una baja calidad de servicio a ciertos clientes, lo que implica el sacrificio de algunos clientes en beneficio de otros. Esto es denominado como el problema de la equidad [24], [5], la cual debe ser considerado en un diseño que desee garantizar un servicio mínimo a todos sus clientes.

B. Nociones sobre Equidad

La equidad (*fairness*) es una consideración importante en muchos estudios de desempeño [24], [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31]. Particularmente en sistemas distribuidos, donde un conjunto de recursos es compartido por un número de usuarios, la asignación justa es importante. En general, la literatura indica que la equidad implica igual asignación de recursos [24], [26]. Sin embargo, existen diferencias entre lo que debe ser igualado y cómo medir la equidad [26]. La literatura ha reportado varias medidas de equidad de las que se distinguen [24]: la varianza, el coeficiente de variación, la tasa min-max y el índice de equidad. Cada una de estas medidas tienen sus bondades y debilidades cuyos detalles pueden consultarse en [24]. En general, algunas buenas propiedades

que una medida de equidad debe cumplir para que sea aplicable a cualquier problema son: Independencia de la población, Independencia de la escala y la métrica, Normalización y Continuidad [24].

Bajo los hechos discutidos, este trabajo propone tratar al problema del diseño de redes α -Robustas, como un enfoque de optimización multiobjetivo bajo un modelo de tráfico *hose* y enrutamiento estable. Básicamente, se busca calcular la solución que minimice el costo de diseño de red, que maximice la α -Robustez global del sistema y la equidad sobre la α -Robustez de los usuarios, simultáneamente.

Cabe destacar que el enfoque propuesto en este trabajo aún no ha sido presentado en la literatura, en nuestro mejor conocimiento.

IV. OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO

Un Problema general de Optimización MultiObjetivo (MOP, MultiObjective Optimization Problem) incluye un conjunto de n parámetros (variables de decisión), un conjunto de l funciones objetivo, y un conjunto de m restricciones. Las funciones objetivo y las restricciones son funciones de las variables de decisión. Luego, el MOP puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \text{Optimizar } z = f(x) &= [f_1(x), f_2(x), \dots, f_l(x)]^T \\ \text{Sujeto a } e(x) &= [e_1(x), e_2(x), \dots, e_m(x)]^T \geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{donde } x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in X$$

$$\text{y } z = [z_1, z_2, \dots, z_l]^T \in Z$$

siendo x el vector de decisión y z el vector objetivo. El espacio de decisión se denota por X , y el espacio objetivo por Z . Optimizar, dependiendo del problema, puede significar igualmente, minimizar o maximizar. El conjunto de restricciones $e(x) \geq 0$ determina el conjunto de soluciones factibles $X_f \subseteq X$ y su correspondiente conjunto de vectores objetivos factibles $Z_f (Z_f \subseteq Z)$. Un problema multiobjetivo consiste en hallar un vector de decisión x que optimice $f(x)$. Pero en un contexto multiobjetivo generalmente no existe un único mejor valor, sino un conjunto de mejores soluciones. Entre estas, ninguna se puede considerar mejor que las demás si se tienen en cuenta todos los objetivos simultáneamente. De este hecho se deriva que pueden existir (y generalmente existen) conflictos entre diferentes objetivos que componen el problema, esto es, la optimización de algún objetivo implica la degradación de algún otro. Por ende, al tratar con MOP se precisa de un nuevo concepto de óptimo. Dados dos vectores de decisión $u, v \in X$,

$$\begin{aligned} f(u) = f(v) &\text{ ssi } \forall i \in \{1, 2, \dots, l\} : f_i(u) = f_i(v) \\ f(u) \leq f(v) &\text{ ssi } \forall i \in \{1, 2, \dots, l\} : f_i(u) \leq f_i(v) \\ f(u) < f(v) &\text{ ssi } f(u) \leq f(v) \text{ y } f(u) \neq f(v) \end{aligned} \quad (6)$$

Luego, en un contexto de minimización los vectores de decisión u y $v \in X$ cumplen con una y solo una de las siguientes tres condiciones:

$$\begin{aligned} u \succ v &\text{ (} u \text{ domina a } v \text{) ssi } f(u) < f(v) \\ v \succ u &\text{ (} v \text{ domina a } u \text{) ssi } f(v) < f(u) \\ u \sim v &\text{ (} u \text{ y } v \text{ no son comparables) ssi} \\ &f(u) \not\leq f(v) \text{ y } f(v) \not\leq f(u) \end{aligned} \quad (7)$$

Dado un vector de decisión $x \in X_f$, se dice que x es no dominado respecto a un conjunto $Q \subseteq X_f$ si y solo si

$$\forall v \in Q : (v \neq x) \quad (8)$$

En caso que x sea no dominado respecto a todo el conjunto X_f , y solo en ese caso, se dice que x es una solución Pareto óptima. Por lo tanto, el conjunto Pareto óptimo X_{true} puede ser definido formalmente como:

$$PS_{true} = \{x \in X_f : x \text{ no es dominado con respecto a } X_f\} \quad (9)$$

El correspondiente conjunto de vectores objetivos $PF_{true} = f(PS_{true})$ constituye el Frente Pareto Óptimo.

V. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A. Introducción

En esta sección se presentan formalmente las definiciones principales del problema tratado. Primeramente, se describe la notación basada en [20] que será utilizada en la representación; luego, se formula el problema.

B. Simbología

$ \cdot $	Cardinalidad de un conjunto.
G	Grafo dirigido representando una topología de red.
V	Conjunto de nodos en G .
E	Conjunto de arcos en G .
N	Número de nodos de una red, esto es, $N = V $.
a	Arco dirigido desde el nodo $i \in V$ al nodo $j \in V$; $a = (i, j) \in E$.
p_{sd}	Ruta en G desde el nodo fuente $s \in V$ al nodo destino $d \in V$; $p_{sd} = \{(s, i_1), (i_1, i_2), \dots, (i_n, d)\}$.
$P(s, d)$	Conjunto de k rutas en G desde $s \in V$ a $d \in V$; $P(s, d) = \{p_{sd}^1, p_{sd}^2, \dots, p_{sd}^k\}$.
t_{sd}	Tráfico entre el nodo $s \in V$ y el nodo $d \in V$.
x_k^{sd}	Proporción de la demanda de tráfico en la ruta $p_{sd}^k \in P(s, d)$. Nótese que $0 \leq x_k^{sd} \leq 1$.
x_a^{sd}	La proporción de tráfico desde $s \in V$ a $d \in V$ a través del arco $a \in E$.
f_a	la máxima cantidad de tráfico transportada en un arco $a \in E$.
c_a	Costo del arco a .
b_s^{out}	Tráfico de salida máximo permitido en el nodo $s \in V$.
α_s	Factor de Robustez asignado al nodo $s \in V$ $0 \leq \alpha_s \leq 1$.

Tanto el costo como la demanda de tráfico se encuentran en unidades adimensionales. Note que el tráfico transmitido a través de k viene dado por $t_{sd} \cdot x_k^{sd}$. Por otra parte, la variable f_a también puede ser considerada como la capacidad mínima que tiene que ser reservada en un enlace a para satisfacer todas las restricciones.

C. Formulación del problema

Dado un grafo G que representa una red, un vector de costos $c = [c_a]$ de arcos $a \in E$ y un conjunto $P(s, d)$ de k rutas entre cada par de nodos; se desea encontrar la distribución óptima de tráfico x_k^{sd} para cada par de nodos como también la máxima capacidad f_a de tráfico que debe transportar cada

arco $a \in E$ de forma a minimizar el costo total $f_1(z)$ de la red, maximizar el α -Robustez global del sistema $f_2(z)$ en el peor caso y la equidad de servicio $f_3(z)$ sobre el α -Robustez de los usuarios.

El problema de diseño robusto de redes [1], considerando el problema del *Precio de la Robustez* [16], en un contexto multiobjetivo con caminos múltiples estables bajo demandas de tráfico *hose*, en este trabajo se formula como sigue:

$$\text{Minimizar } f(z) = [f_1(z), -f_2(z), -f_3(z)]^T \quad (10)$$

donde

$$f_1(z) = \sum_{a \in E} c_a \cdot f_a \quad (11)$$

$$f_2(z) = \frac{\sum_{s \in V} \alpha_s \cdot b_s^{out}}{\sum_{s \in V} b_s^{out}} \quad (12)$$

$$f_3(z) = \max_{s \in V}(\alpha_s) - \min_{s \in V}(\alpha_s) \quad (13)$$

teniendo en cuenta que:

$$f_a = \sum_{s \in V} x_{max}^{s,a} \cdot b_s^{out} \cdot \alpha_s, \quad \forall a \in E \quad (14)$$

$$x_{max}^{s,a} = \max_{d \in V} \{x_a^{sd}\}, \quad (15)$$

sujeto a las siguientes restricciones:

$$\sum_{p_k \in P(s,d)} x_k^{sd} = 1 \quad \forall s, d \in V, \quad (16)$$

$$\sum_{s \in V} \sum_{d \in V, s \neq d} x_a^{sd} \cdot t_{sd} \leq f_a \quad \forall a \in E, \quad \forall t_{sd} \in D \in \theta, \quad (17)$$

$$x_k^{sd} \geq 0, \quad \forall p_k \in P(s, d), \quad \forall s, d \in V, \quad (18)$$

$$x_a^{sd} \geq 0, \quad \forall a \in E, \quad \forall s, d \in V \quad (19)$$

$$0 \leq \alpha_s \leq 1, \quad \forall s \in V \quad (20)$$

La función objetivo (11) es el costo del enrutamiento total que ha de ser minimizado. La restricción (16) expresa el hecho de que la demanda de tráfico entre cada par de nodos puede dividirse entre muchos caminos, esto es, de tráfico fraccional. Para un vector de tráfico dado D , el tráfico que fluye a través de un enlace a está dado por el lado izquierdo de la desigualdad (17). Por lo tanto, la capacidad f_a que debe instalarse en un arco a debe ser al menos el tráfico transportado en todas las situaciones, esto es, para cualquier escenario de tráfico. La positividad de las variables está dada por las últimas tres desigualdades (18), (19) y (20). Note que el problema es no lineal dado que x_a^{sd} , f_a , t_{sd} y α_s son variables en (14) y (17). Debe notarse que, la α -Robustez se garantiza en el cálculo de f_a en la ecuación (14), basado en el tráfico en el peor escenario para $a \in E$.

La función objetivo (12) es el tráfico normalizado que debe ser maximizado, de manera a asegurar un nivel de calidad de servicio global del sistema. Note que para el cálculo del mismo, se introduce el factor de robustez α_s multiplicando por la capacidad de tráfico de salida máximo b_s^{out} para cada nodo $s \in V$. Esto implica que un nodo s tiene un tráfico garantizado de $\alpha_s \cdot b_s^{out}$, lo que conlleva a que si dicho nodo

transmite tráfico superior a esa cota con alguna probabilidad perderá datos.

La función objetivo (13) es la equidad que debe ser maximizada, asegurando que el tráfico de los usuarios particulares no se vea afectada negativamente, a raíz del sacrificio de algunos clientes en beneficio de otros. Para esto se tiene en cuenta los valores máximo y mínimo del factor de robustez.

En este trabajo, se restringen los estudios numéricos para el caso donde no existe límites para el ancho de banda de entrada asociado a cada nodo ($b_d^{in} = \infty, \forall d \in V$). Un ancho de banda de salida b_s^{out} es distribuido aleatoriamente en intervalos con distintos grados de uniformidad. Entonces, el poliedro $P(\theta)$ es el siguiente:

$$D = \{t \in \mathbb{R}^{+|V||V-1|} : \sum_{s \neq d} t_{sd} \leq \alpha_s \cdot b_s^{out}, \forall s \in V\} \quad (21)$$

En resumen, para calcular el f_a de un arco a , se busca la mayor proporción de uso de dicho arco multiplicado por el factor de ajuste de la robustez α_s , para cada origen $s \in V$, evaluándolo contra todos los destinos $d \in V$ ecuación (14). Note que b_s^{out} es constante mientras que t_{sd} y α_s pueden adoptar cualquier valor en los conjuntos convexos θ y $[0, 1]$ respectivamente.

VI. COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

La razón del creciente interés por los Algoritmo Evolutivo MultiObjetivo (MOEA, Multiobjective Evolutionary Algorithm) como también de los Algoritmos Genéticos (GA, Genetic Algorithm) es que estos son métodos globales de búsqueda de soluciones. La principal ventaja de estas cualidades es el equilibrio alcanzado entre la eficiencia y eficacia para resolver problemas de grandes dimensiones, que son diferentes y muy complejos. Lo que aventaja a los MOEA/GA frente a otros algoritmos tradicionales de búsqueda es que se diferencian de estos en los siguientes aspectos [7]:

- trabajan con una codificación de un conjunto de parámetros, no con los parámetros mismos,
- trabajan con un conjunto de puntos, no con un único punto y su entorno (la técnica de búsqueda es global),
- utilizan un subconjunto del espacio total para obtener información sobre el universo de búsqueda, a través de las evaluaciones de la función a optimizar; esas evaluaciones se emplean de forma eficiente para clasificar los subconjuntos de acuerdo con su idoneidad,
- no necesitan conocimientos específicos sobre el problema a resolver; es decir, no están sujetos a restricciones; por ejemplo, se pueden aplicar a funciones no continuas, lo cual les abre un amplio campo de aplicaciones que no podrían ser tratadas por los métodos tradicionales,
- utilizan operadores probabilísticos, en vez de los típicos operadores determinísticos de las técnicas tradicionales,
- resulta sumamente fácil ejecutarlos en las modernas arquitecturas masivas en paralelo,
- cuando se usan para problemas de optimización, resultan menos afectados por los óptimos locales que las técnicas tradicionales; es decir, son métodos robustos.

VII. ALGORITMO MULTI OBJETIVO PARA EL PROBLEMA DE DISEÑO DE REDES ROBUSTAS

El presente trabajo propone un MOEA eficiente inspirado en el Algoritmo Genético de Ordenamiento no Dominado II (NSGA-II, non-dominated sorting genetic algorithm II) [23] para la resolución del problema.

El NSGA-II ha sido utilizado exitosamente en varios problemas teóricos como de la vida real. Y, acorde a la literatura especializada, el NSGA-II es en la actualidad un algoritmo de referencia y de comparación de nuevos métodos multiobjetivos [22]. Note que, el presente trabajo no se enfoca en realizar comparaciones con otros algoritmos de optimización o modelo no genético, sino en diseñar un algoritmo para resolver el nuevo problema propuesto en la Sección V.

El ordenamiento de soluciones no dominadas se conoce como clasificación Pareto. Cada solución recibe un valor numérico que define su calidad respecto a otras soluciones. Esta calidad es definida como aptitud en un MOEA [22].

El NSGA-II asigna aptitud a una solución de acuerdo a su rango Pareto y su distancia de amontonamiento (crowding distance). Básicamente, el operador de amontonamiento decrementa la aptitud de una solución en función a la distancia con sus vecinos. El fin es mantener un conjunto diverso de soluciones para superar el estancamiento en zonas no prometedoras del espacio de búsqueda [23].

El Algoritmo 1 presenta el pseudo-código básico del NSGA-II para resolver el problema considerado, el cual recibe como datos de entrada: una tabla de rutas P , una topología de red G , una población de tamaño $PopSize$, probabilidad de cruzamiento p_c , probabilidad de mutación p_m y el número de rutas alternativas k .

Al inicio, es creada de forma aleatoria una población J_i de $PopSize$ individuos (línea 2), luego la población J_i es evaluada (línea 3), se crea una población auxiliar Q .

En cada iteración i , los operadores evolutivos como la selección, el cruzamiento y la mutación son aplicados a los elementos de la población J_i para calcular una nueva población Q_i (línea 6). Las nuevas soluciones son evaluadas, de acuerdo a las funciones objetivo explicadas en la Sección de *Formulación del Problema*, en las líneas 3 y 7 del Algoritmo 1.

Una población combinada $F_i = Q_i \cup J_i$ es generada, donde F_i será de tamaño $2 * PopSize$ (línea 8). Entonces, en la línea 9, la población J_i es ordenada de acuerdo a criterios de no dominancia, de esta manera, varios frentes son obtenidos en $\mathcal{F}_i = (\mathcal{F}_{i1}, \mathcal{F}_{i2}, \dots)$ donde $\mathcal{F}_{ir} \succ \mathcal{F}_{ir+1}$.

Se dice que un individuo tiene rango r si pertenece al frente \mathcal{F}_{ir} . La nueva población de padres J_{i+1} está compuesta por la adición de soluciones desde el conjunto \mathcal{F}_i hasta exceder el tamaño $PopSize$ (líneas 11 a 15). Después, las soluciones del último frente aceptado son ordenados de acuerdo al operador de comparación de amontonamiento $\geq n$. Este ordenamiento es llevado de forma lexicográfica considerando el rango y la distancia de amontonamiento de las soluciones [23].

Finalmente, las primeras $PopSize$ soluciones son tomadas hasta conseguir que la población J_{i+1} tenga tamaño $PopSize$ (línea 17). El Algoritmo 1 retorna el mejor conjunto de soluciones no dominadas PS el cual define a $\mathcal{F}_{i1} \in J_i$ al final del proceso evolutivo.

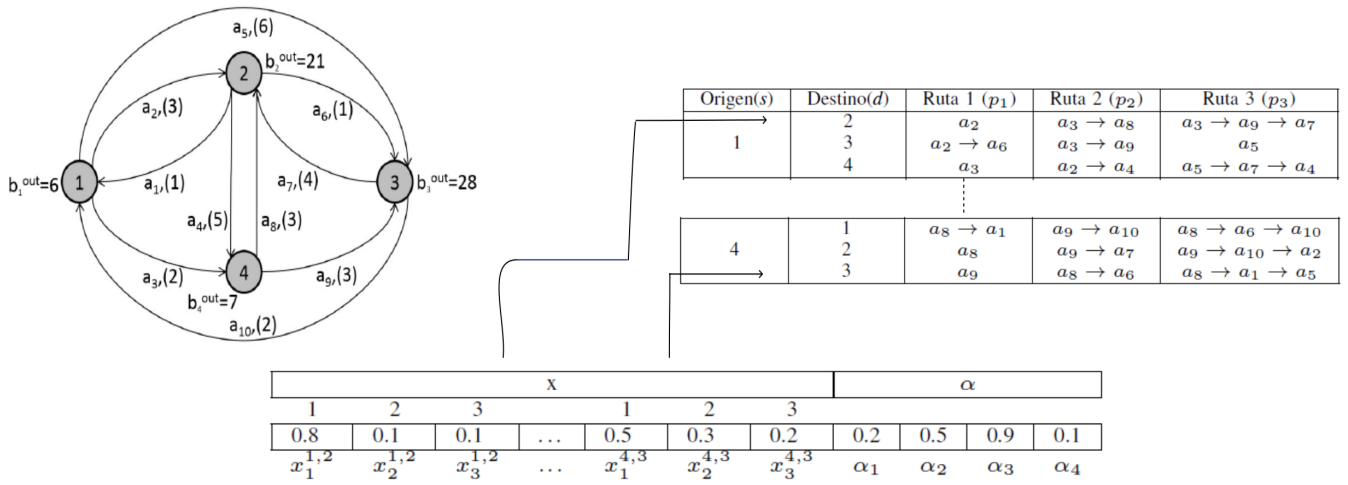


Figura 1. Un ejemplo ilustrando el cromosoma, la tabla de rutas y la topología.

Algoritmo 1 Algoritmo Genético NSGA II

Entrada: G grafo de red, $P(s,d)$ tabla de rutas, b^{out} vector de tráfico de salida máximo en nodos, $PopSize$ Tamaño de la población, p_c probabilidad de cruzamiento, p_m probabilidad de mutación, k : número de rutas más cortas.

Salida: Solución PS conjunto Pareto $x = [x_p^{sd}]$.

- 1: $i \leftarrow 0$
- 2: $J_i \leftarrow$ InicializarPoblación($PopSize$)
- 3: EvaluarPoblación(J_i)
- 4: $Q_i \leftarrow \emptyset$ [Población Auxiliar]
- 5: **mientras** CondiciónDeParada = **falso** **hacer**
- 6: $Q_i \leftarrow$ CrearNuevaPoblación($J_i, PopSize$) [usar selección, cruzamiento y mutación sobre J_i para crear una nueva población Q_i de $PopSize$ individuos]
- 7: EvaluarPoblación(Q_i)
- 8: $F_i \leftarrow Q_i \cup J_i$
- 9: $\mathcal{F}_i \leftarrow$ OrdenamientoNoDominado(F_i)
- 10: $j \leftarrow 0$
- 11: **mientras** $|J_{i+1}| < PopSize$ **hacer**
- 12: AsignarDistancia($\mathcal{F}_{i,j}$)
- 13: $J_{i+1} \leftarrow J_{i+1} \cup \mathcal{F}_{i,j}$
- 14: $j \leftarrow j + 1$
- 15: **fin mientras**
- 16: ORDENAR(J_{i+1}, \geq_n)
- 17: $J_{i+1} \leftarrow J_{i+1}[0 : PopSize]$
- 18: $i \leftarrow i + 1$
- 19: **fin mientras**
- 20: $PS \leftarrow \mathcal{F}_{i_1}$
- 21: **devolver** PS

A. Representación cromosómica de una solución

En computación evolutiva, un individuo representa a una solución candidata z en el problema en cuestión. La representación del individuo para el problema de Diseño de Redes Robustas tiene dos partes las cuales definen las k proporciones entre cada par de nodos y el α -Robustez.

Cada individuo es representado por un vector cromosoma

$z = [x, \alpha]$, donde

$$\cdot x = [x_1^{1,2}, \dots, x_k^{1,2}, \dots, x_1^{s,d}, \dots, x_k^{s,d}],$$

$$\cdot \alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{|V|}] \text{ con } s \neq d$$

El vector x está compuesto de $|V| \cdot (|V| - 1) \cdot k$ dígitos, donde $x_k^{sd} \in [0, 1]$. Esto es, donde cada gen x_k^{sd} define el porcentaje del tráfico t_{sd} a ser enviado por cada ruta $p_k \in P(s,d)$. Un individuo de este vector para el problema tratado debe representar las k proporciones entre cada par de nodo, cuya suma sea igual a 1 restricción (16).

El vector α está compuesto de $|V|$ dígitos, donde $\alpha_s \in [0, 1]$, que indica la α -Robustez asignada al b^{out} de cada uno de los vértices del grafo.

La relación entre un cromosoma, porcentaje de tráfico, α -Robustez, tabla de rutas y topología de red se ilustra en la Figura 1.

El ejemplo muestra una topología de 4 nodos. El cromosoma con gen correspondiente al vector de porcentaje de tráfico y el gen correspondiente a la α -Robustez. Note que, los genes x_1, x_2, x_3 , la suma de proporciones de la k rutas para un par fuente-destino es igual a 1. De igual manera cada gen del α tiene un proporción entre 0 y 1, donde cada locus del gen apunta a un nodo del grafo.

La tabla de rutas P está formada por los tres caminos más cortos.

B. Operadores evolutivos

El torneo binario es utilizado como operador de selección [22]. Este operador toma aleatoriamente dos individuos ($t=2$) z y $z' \in J_i$. Todos los individuos de J_i tienen la misma probabilidad de ser seleccionados. Luego, entre z y z' es seleccionado aquel que tenga menor rango; es decir, el mejor individuo. En caso que ambos individuos tengan el mismo rango, entonces se selecciona aquel que tenga mayor distancia de amontonamiento. En caso de volver a empatar, entonces, uno de los dos individuos (z o z') se selecciona al azar. Esta operación se lleva a cabo dos veces para obtener dos individuos padres que serán cruzados usando el operador de cruzamiento con probabilidad p_c para obtener un nuevo individuo hijo. El operador utilizado fue el cruce aritmético simple.

$$x'[i] = \beta \cdot x_1[i] + (1 - \beta) \cdot x_2[i]; \forall i \quad (22)$$

En este trabajo se utilizó $\beta = 0.5$, ya que de esta forma se

garantiza el cumplimiento de la restricción (16). Por tanto, el cruce para i -ésimo gen queda de la siguiente manera:

$$x'[i] = \frac{x_1[i] + x_2[i]}{2} \in [0, 1] \quad (23)$$

donde x_1 y x_2 son dos individuos seleccionados previamente por el operador de selección.

Sea $\hat{q} \in [0, 1]$ una variable aleatoria con distribución uniforme, utilizada para decidir si se aplica la operación de cruzamiento. Entonces, si $\hat{q} \geq p_c$ la operación de cruzamiento se realiza obteniéndose un nuevo hijo conformado con partes de los padres. En caso que $\hat{q} < p_c$ los nuevos hijos son los mismos que los padres, es decir, ninguna operación de cruzamiento es aplicada.

La mutación es utilizada como un operador auxiliar cuyo propósito es la exploración aleatoria de nuevas porciones del espacio de búsqueda. Es este operador el encargado de introducir nuevo material genético en la búsqueda de soluciones ya que el cruzamiento no introduce ningún material nuevo.

La mutación de un locus de proporción o de α -Robustez es hecha con una probabilidad p_m .

Para el mismo se realiza la mutación de todos los genes teniendo en cuenta lo siguiente:

- 1) Operador de mutación para proporción, se debe tener en cuenta la restricción (16) y se altera bloques de k elementos cuya suma se igual a 1.
- 2) Operador de mutación para α -Robustez, simplemente se selecciona un valor entre 0 y 1.

VIII. EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

En esta sección se exponen los experimentos realizados sobre la topología National Science Foundation - NSF [32], la cual consiste en una red con 14 nodos y 21 enlaces. El costo de cada enlace es determinado por la distancia en kilómetros entre los sitios y cuyas distancias están representadas en la Tabla I. En estas pruebas se restringe el estudio numérico para el caso en que no hay límites en el ancho de banda de entrada en los sitios. Se cuenta con un ancho de banda normalizado de salida $b_s^{out} \in [uInferior, uSuperior]$, distribuido uniformemente en 6 rangos, ver en la Tabla II, los cuales se asignan a cada sitio tomando una cantidad de k rutas más cortas alternativas. Cabe destacar que el trabajo [19] sugiere utilizar $k = 3$. Los parámetros utilizados en los experimentos se presentan en la Tabla III. Los algoritmos fueron implementados en el lenguaje de programación Java; las pruebas de ejecución se realizaron sobre un computador Intel i7 de 2.10 GHZ, 8 GB de memoria RAM y sistema operativo Microsoft Windows 8.1.

Tabla I. DISTANCIA EN KILÓMETROS ENTRE SITIOS PARA LA RED NSF

Arcos	Distancia	Arcos	Distancia
(1,2)	1346	(6,14)	1279
(1,3)	2024	(7,8)	878
(1,8)	3414	(8,9)	777
(2,3)	770	(9,11)	511
(2,4)	1232	(9,12)	542
(3,6)	2373	(9,14)	1104
(4,5)	848	(10,11)	734
(4,10)	2616	(10,12)	991
(5,6)	1661	(11,13)	565
(5,7)	805	(12,13)	295
(6,13)	2285	-	-

Tabla II. RANGO DE DISTRIBUCIÓN DE CARGAS b_s^{out} PARA LOS DISTINTOS TEST

Rangos	$uInferior$	$uSuperior$
1	2	10
2	2	50
3	2	100
4	2	20
5	20	20
6	100	100

Tabla III. PARÁMETROS EXPERIMENTALES

Parámetros	Valor	Descripción
k	3	Rutas más cortas
c	10	Número de corridas
$PopSize$	400	Cantidad de individuos
p_m	0.2	Probabilidad de mutación
p_c	0.95	Probabilidad de cruzamiento
tt	2	Tamaño del torneo.
	10.000.000	Número de iteraciones.
	Cromosomas gen. aleatoriamente	Población Inicial.
u	Ver Tabla II	Rango de Distribución b_s^{out} .

A. Resultados preliminares

Las soluciones no dominadas PS para la red NSF son presentadas en las Figuras 2 a 7, los valores de la inequidad y el tráfico están entre 0 y 1. En las mismas, se puede notar que, a medida que disminuye el promedio del máximo tráfico garantizado, también disminuye el costo de la red, lo cual está en coherencia con el concepto del *Precio de Robustez* [16]. Con respecto a la inequidad tenemos distintos valores, en donde, ajustando los valores de α , nos permite seleccionar distintas soluciones para el diseño de una red semi-robusta. La solución con mayor costo (Ejemplo: 1.690.660 unidades de la Figura 2), tiene asignado un alto valor de tráfico garantizado y el valor más bajo de inequidad. Esto corresponde a una solución robusta deseable propiamente dicho. Luego la solución con menor costo (0 unidades), tiene un tráfico nulo, e inequidad igual a cero. Entre estas dos soluciones existe una variedad de soluciones que se encuentran en relación de compromiso, es decir, soluciones α -Robustas con distintos niveles de equidad. Básicamente, en estas Figuras 2 a 7 los Frentes Pareto presentan un mismo patrón. Podemos observar también la solución con mayor inequidad, corresponde a robustez y costo intermedio.

IX. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este trabajo se ha propuesto un enfoque de optimización multiobjetivo basado en MOEA como algoritmo para estudiar y resolver el problema de diseño de redes α -Robustas considerando un enrutamiento estable de flujo fraccionable, para el modelo de tráfico *hose*. Note que, el presente trabajo no se enfocó en realizar comparaciones con otros algoritmos de optimización. El algoritmo propuesto trata de optimizar tres funciones objetivos que son: minimizar el costo total del diseño de la red, maximizar la máxima robustez global del sistema para el tráfico requerido y la equidad sobre la robustez, simultáneamente. Se utiliza un parámetro α_s ($\forall s \in V$) basado en el concepto del *Precio de la Robustez*, de tal manera a obtener soluciones de relación de compromiso entre el costo, la robustez y la inequidad. Como un primer avance hacia el problema en cuestión se consideró una tabla de rutas fijas. Los resultados experimentales han demostrado que la propuesta es

una alternativa de solución válida para el problema en cuestión. En particular, los resultados arrojados indican que al aumentar la robustez global del sistema también aumenta el costo de diseño robusto de la red *-el Precio de la Robustez-*. Otro resultado importante fue obtenido a través de un análisis entre α -Robustez y la equidad, se puede obtener soluciones de bajo costo a costa de una baja calidad de servicio a ciertos clientes, lo que implica el sacrificio de algunos clientes en beneficio de otros, *-el problema de la inequidad-*.

Como trabajo futuro los autores proponen extender el enfoque propuesto considerando también el problema de enrutamiento, congestión en la red, protección contra fallas, capacidad del sistema de soportar y recuperarse ante desastres y perturbaciones como también considerar restricciones de carga de entrada en el modelo de tráfico *hose*. Un aspecto clave a considerar será medir la probabilidad de pérdidas de datos cuando un usuario exceda su límite de tráfico garantizado.

Otro aspecto no menor es proponer estrategias de optimización de alto desempeño.

REFERENCIAS

- [1] C. Chekuri, "Routing and network design with robustness to changing or uncertain traffic demands," *ACM SIGACT News*, vol. 38, no. 3, pp. 106-129, 2007.
- [2] L. V. Snyder, "Facility location under uncertainty: a review," *IIE Transactions*, vol. 38, no. 7, pp. 547-564, 2006.
- [3] A. Ben-Tal and A. Nemirovski. Robust solutions of uncertain linear programs. *Operations Research Letters*, 25(1):1-13, 1999.
- [4] A. L. Soyster. Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. *Operations Research*, 21(5):1154-1157, 1973.
- [5] D. Pinto-Roa, "Multiobjective Design in WDM Optical Networks. An approach based on Evolutionary Algorithm," Ph.D. dissertation, Facultad Politécnica UNA, 2011, in Spanish.
- [6] C. Chekuri, F. B. Shepherd, G. Oriolo, and M. G. Scutellà, "Hardness of robust network design," *Networks*, vol. 50, no. 1, pp. 50-54, 2007.
- [7] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley Professional, 1989.
- [8] N. G. Duffield, P. Goyal, A. Greenberg, P. Mishra, K. K. Ramakrishnan, and J. E. van der Merive, "A flexible model for resource management in virtual private networks," *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, vol. 29, no. 4, pp. 95-108, 1999.
- [9] W. Ben-Ameur and H. Kerivin, "New economical virtual private networks," *Communications of the ACM*, vol. 46, no. 6, pp. 69-73, 2003.
- [10] W. Ben-Ameur and H. Kerivin, "Routing of uncertain traffic demands," *Optimization and Engineering*, vol. 6, no. 3, pp. 283-313, 2005.
- [11] —, "Networks new economical virtual private," *Commun. ACM*, vol. 46, no. 6, pp. 69-73, Jun. 2003. [Online]. Available: <http://doi.acm.org/10.1145/777313.777314>
- [12] F. Shepherd and P. Winzer, "Selective randomized load balancing and mesh networks with changing demands," *Journal of Optical Networking*, vol. 5, no. 5, pp. 320-339, 2006.
- [13] A. Altın, H. Yaman, and M. Ç. Pinar, "The robust network loading problem under hose demand uncertainty: formulation, polyhedral analysis, and computations," *INFORMS Journal on Computing*, vol. 23, no. 1, pp. 75-89, 2011.
- [14] T. Erlebach and M. Ruegg, "Optimal bandwidth reservation in hose model VPNs with multipath routing," in *INFOCOM 2004. Twenty-third Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies*, vol. 4. IEEE, 2004, pp. 2275-2282.
- [15] G. L. Nemhauser and L. A. Wolsey, *Integer and combinatorial optimization*. New York, NY, USA: Wiley-Interscience, 1988.
- [16] D. Bertsimas and M. Sim, "The price of robustness," *Operations research*, vol. 52, no. 1, pp. 35-53, 2004.
- [17] D. Bertsimas and M. Sim. Robust discrete optimization and network flows. *Mathematical Programming*, 98(1-3):49-71, 2003.
- [18] W. Ben-Ameur, "Between fully dynamic routing and robust stable routing," in *Design and Reliable Communication Networks, 2007. DRCN 2007. 6th International Workshop on*. IEEE, 2007, pp. 1-6.
- [19] D. Pinto-Roa, B. Barán, and C. Brizuela, "Routing and wavelength converter allocation in WDM networks: a multi-objective evolutionary optimization approach," *Photonic Network Communications*, vol. 22, no. 1, pp. 23-45, 2011. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1007/s11107-011-0304-4>
- [20] B. Diaz, D. Pinto-Roa, and C. von Lüken, "Robust Network Design under Uncertain Traffic. An approach based on Genetic Algorithm," *Computing Conference (CLEI), 2013 XXXIX Latin American*, pp. 1-8, 2013.
- [21] C. S. Revelle, E. E. Whitlatch, and J. R. Wright, editors. *Civil and Environmental Systems Engineering*. Prentice Hall, New Jersey, 1997.
- [22] C. A. Coello Coello, G. B. Lamont, and D. A. Van Veldhuizen, editors. *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. Springer, New York, 2007.
- [23] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan. A fast elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6:182197, 2000.
- [24] Rajendra K. Jain, Dah-Ming W. Chiu, and William R. Have. A quantitative measure of fairness and discrimination for resource allocation in shared computer system. Technical Report DEC-TR-301, Eastern Research Lab, September 1984.
- [25] F. Kelly, A. Maulloo, and D. Tan. Rate control in communication networks: shadow prices, proportional fairness and stability. *Journal of the Operational Research Society*, 49:237-252, 1998.
- [26] Majed Hamed. Fairness issues in dynamic path provisioning in wdm networks. Masters thesis, Athens Information Technology, June 2009.
- [27] A. Soares, W. Giazza, and P. Cunha. Classification strategy to mitigate unfairness in all-optical networks. In *Networks, 2007. ICON 2007. 15th IEEE International Conference on*, pp. 161-165, November 2007.
- [28] Yunhao Li, Mark Joseph Francisco, Ioannis Lambadaris, and Changcheng Huang. Traffic classification and service in wavelength routed all-optical networks. In *Communications, 2003. ICC 03. IEEE International Conference on*, pp. 1375-1380 vol.2, May 2003.
- [29] S. Richard Pramod and Hussein T. Mouftah. Traffic classification and fairness in wavelength routed optical networks. *Parallel Processing Workshops, International Conference on*, 0:422-426, 2004.
- [30] S. Richard Pramod, Shoib Siddiqui, and Hussein T. Mouftah. A novel fairness based criticality avoidance routing algorithm for wavelength routed optical networks. *Wireless Technologies/High Speed Networks/Multimedia Communications Systems/Sensor Networks, International Conference on*, 0:281-285, 2005.
- [31] Kayvan Mosharaf, Jérôme Talim, and Ioannis Lambadaris. Optimal resource allocation and fairness control in all-optical wdm networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 23(8):1496-1507, 2005.
- [32] B. Chinoy and H.-W. Braun. The National Science Foundation Network. Technical Report GA-A21029, SDSC, 1992.

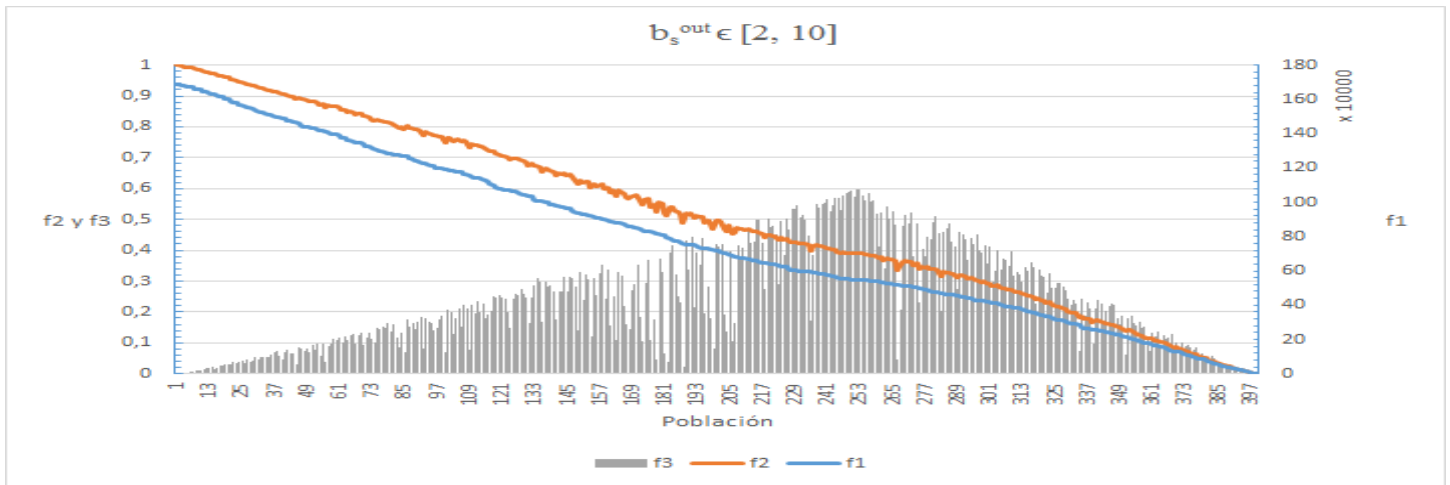


Figura 2. Soluciones No Dominadas para la red NSF y $b_s^{out} \in [2, 10]$

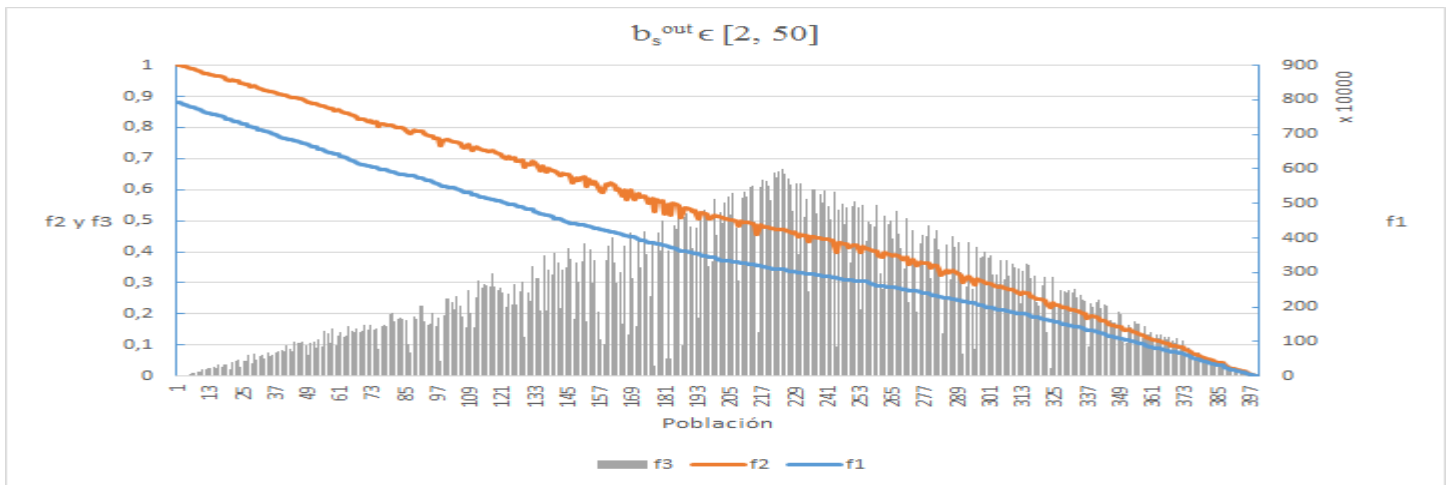


Figura 3. Soluciones No Dominadas para la red NSF y $b_s^{out} \in [2, 50]$

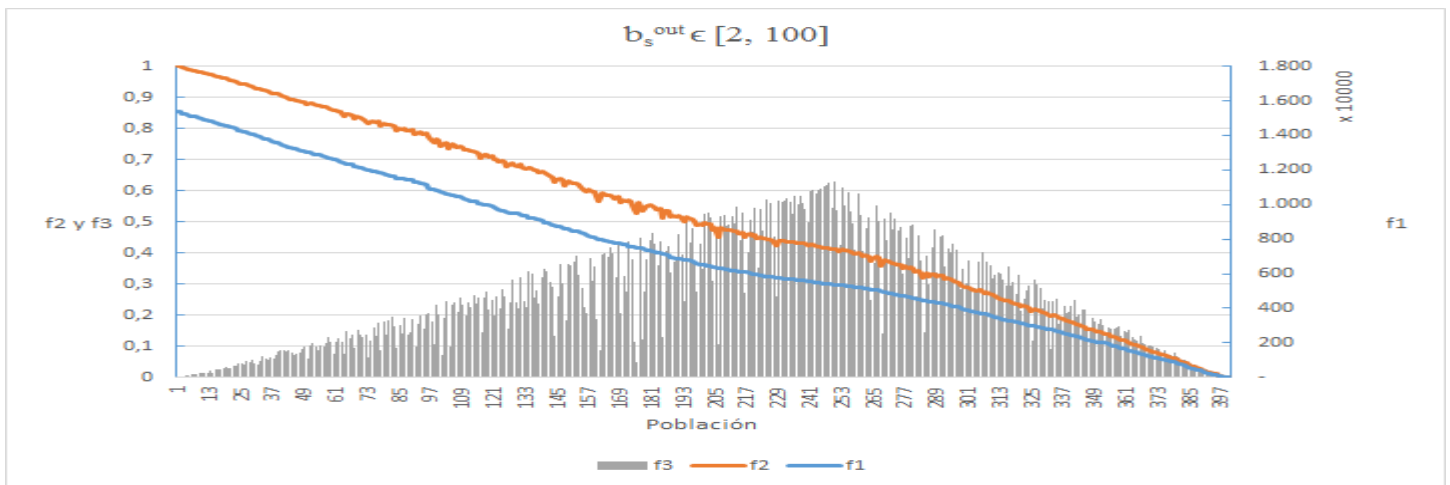


Figura 4. Soluciones No Dominadas para la red NSF y $b_s^{out} \in [2, 100]$

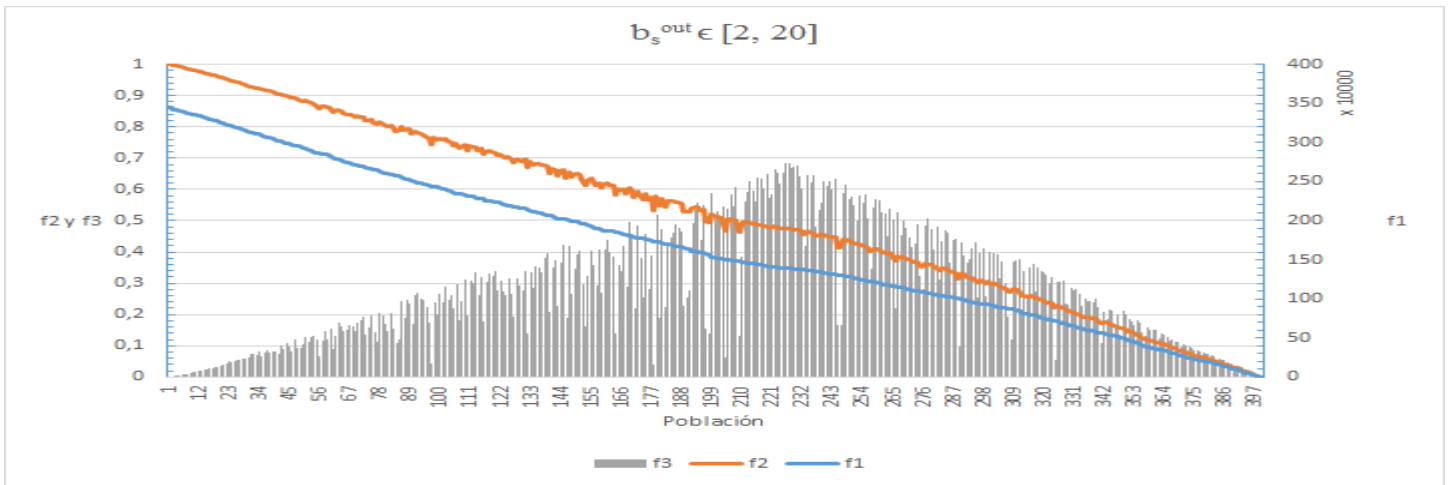


Figura 5. Soluciones No Dominadas para la red NSF y $b_s^{out} \in [2, 20]$

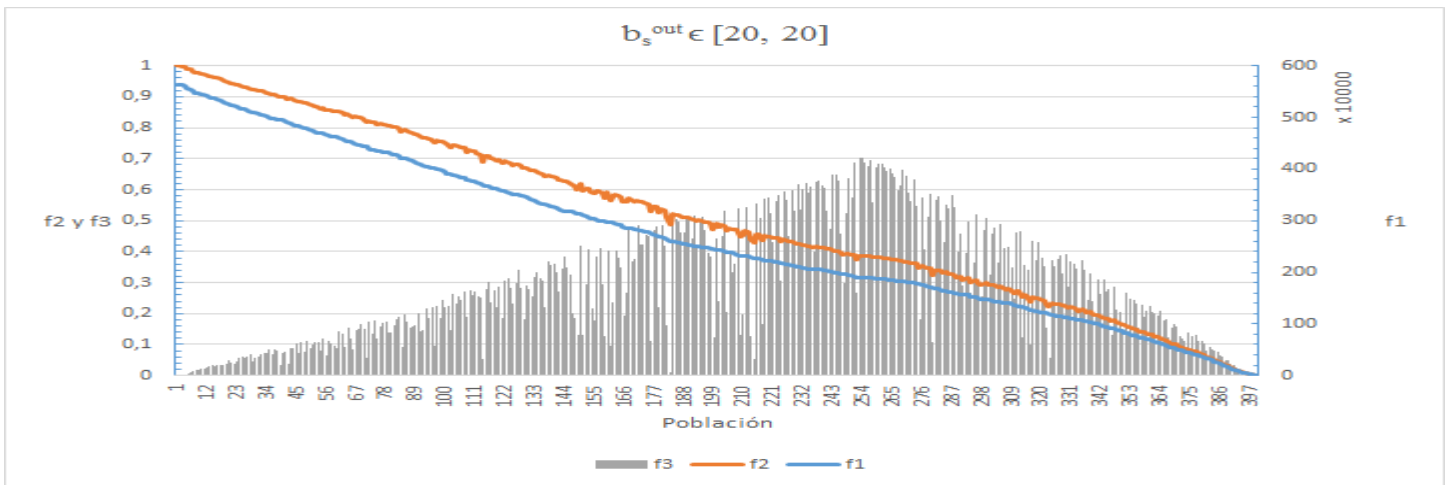


Figura 6. Soluciones No Dominadas para la red NSF y $b_s^{out} \in [20, 20]$

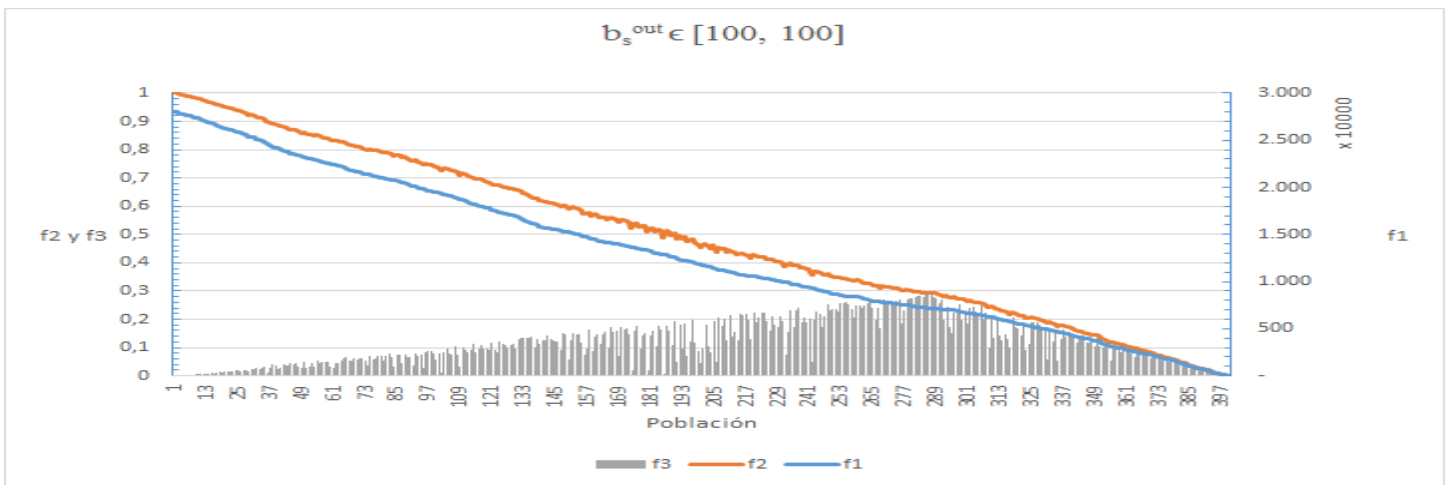


Figura 7. Soluciones No Dominadas para la red NSF y $b_s^{out} \in [100, 100]$