

# An Experimental Study on the Effectiveness of Trilateration and Probabilistic Multilateration for Position Estimation in MANETs

Anabel Pineda-Briseño

División de Estudios de Posgrado e Investigación  
Instituto Tecnológico de Matamoros  
H. Matamoros, Tamaulipas. México.  
anabel.pineda@itmatamoros.edu.mx

Rolando Menchaca-Méndez

Centro de Investigación en Computación  
Instituto Politécnico Nacional  
México, D.F. México.  
rmen@cic.ipn.mx

**Abstract**—In this paper we present an experimental study of trilateration and probabilistic multilateration. Both methods are techniques aimed at estimating the location of a point, based on the position of three or more references and distances to them. To assess the effectiveness of the aforementioned methods, we present a characterization of the various error conditions, a sensitivity analysis of the trilateration and probabilistic multilateration to measure the level of collinearity among references, and a simulation-based analysis describing the results of detailed simulation experiments used to study the performance of DV-Hop that use trilateration as method to estimate the position of their nodes, as well as the version of DV-Hop that use probabilistic multilateration for the same purpose. DV-Hop is the most representative range-free positioning algorithms in the context of mobile ad hoc networks (MANETs). Our experimental results show that the probabilistic multilateration method is superior to the traditional trilateration method.

**Keywords**—Trilateration, probabilistic multilateration, experimental study, MANETs.

## I. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la localización se ha convertido en una de las áreas de investigación más activas debido a su importancia en aplicaciones tanto militares como civiles. Evidencia de lo anterior, es que en 2015, DARPA le da al desarrollo de nuevas tecnologías de posicionamiento importancia de seguridad nacional [1]. En el contexto de las redes móviles ad hoc, también conocidas como MANETs, el problema de localización radica en conocer la posición de nodos móviles [2] en base a la posición de un conjunto de referencias que también pueden ser móviles. En general, existen diversos artículos seminales que presentan propuestas de solución al problema de localización [3][4][5][6][7]. La literatura hace referencia a DV-Hop como el algoritmo estándar en la categoría de algoritmos de posicionamiento libres de distancias. El algoritmo DV-Hop emplea el conteo de saltos [8][9][10] como técnica de medición de distancia entre nodos y el método de trilateración [9][10][11] como técnica para estimar la posición de sus nodos. El método tradicional de trilateración es presentado en la literatura como un método empleado para determinar la posición de un punto o nodo<sup>1</sup>. Para ello se requiere de información de localización de al

menos tres referencias o balizas<sup>1</sup> así como también conocer las distancias exactas hacia ellas. Sin embargo, en el contexto de las MANETs, trilateración ha resultado ser ineficiente. Esto se debe principalmente a la naturaleza dinámica que poseen este tipo de redes que provoca que los métodos empleados para estimar las distancias entre nodos reporten distancias imprecisas y como consecuencia degraden la calidad de estimación de posición que ofrece trilateración. Aunado a esto, en redes con un alto nivel de movilidad como son las MANETs, no es posible garantizar la no-colinealidad entre balizas, preconditionación que establece el método de trilateración para estimar la posición de un nodo. Los aspectos antes mencionados generan en trilateración: *incertidumbre*, *inconsistencia* y *ambigüedad*. En relación a esto, existen diversos trabajos seminales [12][13][14][15] enfocados a mitigar las deficiencias de trilateración, no obstante, éstos no han logrado tener mayor impacto. Por tal motivo, recientemente presentamos como principal contribución de nuestro trabajo de investigación de tesis doctoral, un método que denominamos *multilateración probabilística* [16][17]. Este es un método novedoso orientado a estimar la posición de un nodo, basada en la posición de tres o más balizas y las distancias estimadas de manera imprecisa hacia ellas. El objetivo de este método es resolver las deficiencias del método de trilateración señaladas previamente. Para evaluar la eficacia de los métodos antes mencionados, presentamos la caracterización y un análisis de los diferentes estados de error, un análisis de sensibilidad de los métodos de trilateración y multilateración probabilística para medir el impacto de diversos niveles de colinealidad existentes entre las referencias, y un análisis basado en simulaciones que describe los resultados de los experimentos de simulación utilizados para estudiar el desempeño de trilateración y multilateración probabilística. Para los experimentos de simulación se evaluó DV-Hop que emplea trilateración como método para estimar la posición de sus nodos así como la versión DV-Hop que usa el método multilateración probabilística para el mismo fin. Ambas versiones del protocolo están implementadas en NS2 [18] y los códigos fuente se pueden descargar de <http://sourceforge.net/projects/posalgorithms/>.

El resto del artículo se organiza como sigue. Las secciones II y III definen los métodos de trilateración y multilateración probabilística respectivamente. En la sección IV se presentan los resultados del análisis comparativo experimental donde se

<sup>1</sup>Terminología empleada en el contexto de posicionamiento en MANETs.

caracterizan los diferentes estados de error en los que pueden incurrir un nodo y tres balizas al estimar posición. La sección V da a conocer el análisis de sensibilidad de los métodos de trilateración y multilateración probabilística para medir el impacto de diversos niveles de colinealidad existentes entre las referencias. En la sección VI se describen los resultados de los experimentos de simulación usados para medir el desempeño de los métodos cuando estos son empleados por DV-Hop para estimar las posiciones de sus nodos. Por último, en la sección VII presentamos nuestras conclusiones finales.

## II. TRILATERACIÓN

Trilateración es un método empleado para determinar la posición de un nodo [9][10][11]. Para ello se requiere de información de localización de al menos tres balizas, así como también conocer las distancias exactas hacia ellas. Desafortunadamente, en situaciones donde las estimaciones de distancias no son fiables, como sucede generalmente en el contexto de las MANETs que se caracterizan por generar topologías no isotrópicas, trilateración sufre de *incertidumbre* (ver Figura 1(a)) cuando tres circunferencias no se intersecan en un único punto, *inconsistencia* (ver Figura 1(b)) en el que los diferentes grupos de tres balizas ( $ABC$ ,  $ADB$ ,  $DCE$ , etc.) producen resultados distintos y *ambigüedad* (ver Figura 1(c)) donde el sistema de ecuaciones tiene dos soluciones espejo [12]. En topologías no isotrópicas o anisotrópicas, no existe correlación estrecha entre las distancias Euclidianas y las distancias en saltos entre los nodos. Este fenómeno se debe a que las rutas que se generan entre los nodos se establecen alrededor de agujeros intermedios, tal como se ejemplifica en la Figura 1(d) entre el nodo  $N$  y la baliza  $B$ . Por otra parte, incluso con estimaciones perfectas de distancias, trilateración también puede fallar si el nodo es colineal con cualquier grupo de dos balizas de las tres utilizadas como referencias.

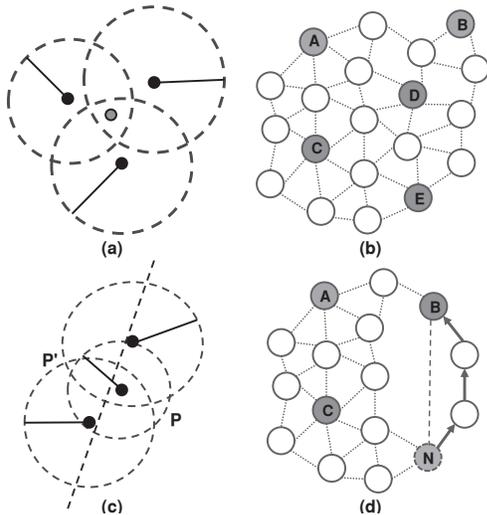


Figura 1: Deficiencias de trilateración. (a) Incertidumbre. (b) Ambigüedad. (c) Inconsistencia. (d) Ejemplo de una red no isotrópica.

## III. MULTILATERACIÓN PROBABILÍSTICA

*Multilateración probabilística* (MP) [16][17] es un método novedoso orientado a estimar la posición de un

nodo, basada en la posición de tres o más balizas y las distancias estimadas hacia ellas. El objetivo del método es el de resolver las deficiencias del método de trilateración como la incertidumbre, no consistencia y ambigüedad [12], que surgen cuando la información de la ubicación de las balizas o las estimaciones de las distancias hacia ellas no son exactas.

El método multilateración probabilística define para cada baliza  $\beta$  una función de densidad de probabilidad  $\mathbf{P}_\beta(x, y)$  que asigna a cada punto en el plano (o espacio) una probabilidad de encontrar un nodo. Dado que en el caso de los algoritmos de posicionamiento libres de distancias se desconoce el error de la distribución de probabilidad, el método probabilístico emplea una función de densidad genérica basada en una función Gaussiana con parámetros que dependen de la posición de la referencia, una distancia estimada a la referencia y la distancia en saltos a dicha referencia. Ahora, puesto que las posiciones reales de las balizas y los nodos son independientes, se puede suponer que la probabilidad de encontrar un nodo en un punto  $(x, y)$  dado, definido por la función  $\mathbf{P}_i(x, y)$ , también es independiente de la probabilidad definida por otra función  $\mathbf{P}_j(x, y)$  para el mismo punto. Por lo tanto, como se muestra en la Ecuación 1, la probabilidad de encontrar un nodo en un punto  $(x, y)$ , dada la información proporcionada por un conjunto  $B$  de  $n$  referencias, se puede calcular como el producto de las probabilidades definidas por las  $n$  funciones de densidad de probabilidad.

$$\mathbf{P}_B(x, y) = \prod_{i=1}^n \mathbf{P}_i(x, y) \quad (1)$$

La posición estimada por el método multilateración probabilística es el punto  $(x, y)$  donde  $\mathbf{P}_B(x, y)$  tiene su máximo.

La función de densidad de probabilidad definida en la Ecuación 2 se basa en una función Gaussiana con parámetros  $\mu$  y  $\sigma$ . En la Ecuación 2,  $x_\beta$  y  $y_\beta$  son las coordenadas de la posición de la baliza  $\beta$ ,  $\mu_\beta$  es la distancia estimada a la baliza  $\beta$ ,  $\sigma_\beta$  es proporcional al error de estimación de la distancia hacia la baliza  $\beta$  y  $\mathcal{N}_\beta$  es una constante de normalización. Como se puede ver en la Ecuación 2, la probabilidad de encontrar un nodo en un punto dado en el plano es simplemente una función de su distancia a las balizas. La Figura 2(a) muestra una representación gráfica de esta función de densidad de probabilidad donde se puede observar que se tiene un número infinito de máximos situados sobre la circunferencia con centro en  $(x_\beta, y_\beta)$  y radio  $\mu_\beta$ .

$$\mathbf{P}_\beta(x, y) = \frac{1}{\mathcal{N}_\beta} e^{-\frac{1}{2} \left[ \frac{\sqrt{(x-x_\beta)^2 + (y-y_\beta)^2} - \mu_\beta}{\sigma_\beta} \right]^2} \quad (2)$$

Con información de un conjunto  $B$  de tres o más balizas, se puede sustituir la Ecuación 2 en la Ecuación 1 para obtener la función de densidad de probabilidad (pdf) definida en la Ecuación 3. La Figura 2(b) muestra una gráfica de tres pdfs superpuestas definida por la información de tres balizas, mientras que la Figura 2(c) muestra una gráfica del producto de tres pdfs que tiene un único máximo que será la posición calculada por el método multilateración probabilística.

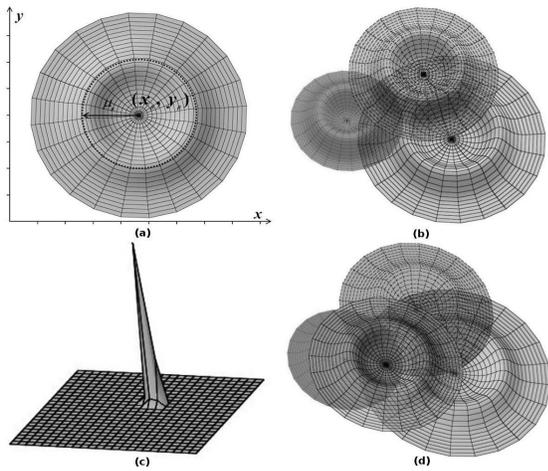


Figura 2: Multilateración probabilística usando funciones Gaussianas. (a) Función de densidad de probabilidad definida para una baliza  $\beta$ . (b) Superposición de tres funciones de probabilidad. Cada una definida por una baliza diferente. (c) Función de densidad de probabilidad de localización de un nodo dadas tres balizas. (d) Superposición de cuatro funciones de densidad de probabilidad.

$$\mathbf{P}_B(x, y) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\mathcal{N}_i} e^{-\frac{1}{2} \left[ \frac{\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} - \mu_i}{\sigma_i} \right]^2} \quad (3)$$

Con el fin de encontrar el máximo de la Ecuación 3, se calculan las soluciones de las derivadas parciales (Ecuaciones 4 y 5) de la Ecuación 3. Sin embargo, ya que las Ecuaciones 4 y 5 son igual a cero sólo si la última sumatoria es igual a cero, sólo se tiene que resolver simultáneamente las Ecuaciones 6 y 7. Esto último representa lo mismo que la solución de la Ecuación 8 donde las Ecuaciones 6 y 7 se elevan al cuadrado y luego se suman.

$$\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{P}_B(x, y) = \left[ \prod_{i=1}^n \frac{1}{\mathcal{N}_i} \right] \left[ e^{\sum_{i=1}^n -\frac{1}{2} \left[ \frac{\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} - \mu_i}{\sigma_i} \right]^2} \left[ -\sum_{i=1}^n \frac{(\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} - \mu_i)(x-x_i)}{\sigma_i \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}} \right] \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \mathbf{P}_B(x, y) = \left[ \prod_{i=1}^n \frac{1}{\mathcal{N}_i} \right] \left[ e^{\sum_{i=1}^n -\frac{1}{2} \left[ \frac{\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} - \mu_i}{\sigma_i} \right]^2} \left[ -\sum_{i=1}^n \frac{(\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} - \mu_i)(y-y_i)}{\sigma_i \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}} \right] \right] \quad (5)$$

$$0 = \sum_{i=1}^n \frac{(\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} - \mu_i)(x-x_i)}{\sigma_i \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}} \quad (6)$$

$$0 = \sum_{i=1}^n \frac{(\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} - \mu_i)(y-y_i)}{\sigma_i \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}} \quad (7)$$

$$0 = \left[ \sum_{i=1}^n \frac{(\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} - \mu_i)(x-x_i)}{\sigma_i \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}} \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^n \frac{(\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} - \mu_i)(y-y_i)}{\sigma_i \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}} \right]^2 \quad (8)$$

Por último se puede emplear el método de Newton [19], con el centro de gravedad de las posiciones de las balizas como punto de partida para encontrar la raíz de la Ecuación 8. Es importante señalar que el método de Newton converge cuadráticamente si la derivada de la Ecuación 8 es continua y no cero en el vecindario de la raíz.

#### IV. CARACTERIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS PRINCIPALES ESTADOS DE ERROR

En esta sección se presenta un análisis de los resultados del experimento que se emplea para caracterizar los principales estados de error en los que pueden incurrir un nodo y tres balizas al estimar posición en un espacio bidimensional. El experimento consiste básicamente en introducir a los métodos de trilateración y multilateración probabilística los valores (coordenadas de las balizas y las distancias hacia ellas) que permitan inferir dichos estados de error. En este experimento se caracterizan siete escenarios para evaluar el desempeño de multilateración probabilística frente al método de trilateración.

Para facilitar la descripción general de los diferentes escenarios se emplea el concepto de circunferencia. A cada circunferencia le corresponde la posición de una baliza  $B$  como centro, mientras que su radio equivale a la distancia  $d$  entre un nodo  $N$  y dicha baliza. Asimismo, para todos los estados, se supone la posición real del nodo  $N$  en las coordenadas (500, 500). El error de localización es denotado por  $\delta$  y representa la distancia Euclidiana entre la posición real del nodo  $N$  y la posición estimada del mismo. Para cada estado caracterizado se estima la posición del nodo  $N$  empleando la misma información de entrada tanto para el método de trilateración como de multilateración probabilística. La Tabla I resume los valores empleados en este experimento y los resultados de los cálculos matemáticos.

En el Escenario 1, el nodo  $N$  emplea distancias exactas hacia las balizas  $B1$ ,  $B2$  y  $B3$ . Como resultado, los métodos matemáticos de trilateración y multilateración probabilística reportaron con exactitud la posición de  $N$ , tal como se muestra en la Figura 3.

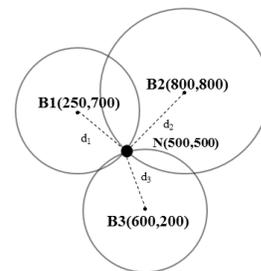


Figura 3: Los métodos de trilateración y multilateración probabilística empleando distancias exactas.

Tabla I: Valores empleados para caracterizar diferentes estados de error y resultados obtenidos.

	Balizas			Distancias			Trilateración		MP	
	$B1(x, y)$	$B2(x, y)$	$B3(x, y)$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$P_e(x, y)$	$\delta_t$	$P_e(x, y)$	$\delta_{mp}$
(a)	(250,700)	(800,800)	(600,200)	199	246	316	(536,587.61)	<b>94.7181</b>	(515.97,614.38)	115.4895
(b)	(250,700)	(800,800)	(600,200)	300	346	500	(514,671.13)	171.7017	(518.13,665.12)	<b>166.1299</b>
(c)	(250,700)	(800,800)	(600,200)	310	380	200	(534,468.94)	<b>46.0513</b>	(534.53,448.56)	61.9548
(d)	(250,700)	(800,800)	(750,550)	310	380	124	(534,465.38)	<b>48.5236</b>	(591.90,443.12)	108.0784
(e)	(550,700)	(800,800)	(800,600)	1000	1000	1000	(826,225)	<b>426.4985</b>	(805.10,-252.52)	812.0175
(f)	(250,700)	(800,800)	(1300,800)	300	300	300	Indeterminada	Indeterminado	(752.87,649.29)	<b>293.6507</b>

En el Escenario 2, el nodo  $N$  emplea los valores de las distancias hacia las balizas  $B1$ ,  $B2$  y  $B3$  que se muestran en la Tabla I inciso(a) con el fin de caracterizar un estado de ambigüedad que se produce cuando no hay intersección de las circunferencias. Este escenario se produce generalmente cuando existe una subestimación de distancias. Ver Figura 4(a). Los cálculos matemáticos reportan un mejor desempeño de trilateración frente a multilateración probabilística.

El Escenario 3 caracteriza otro caso particular de error que se genera cuando las circunferencias intersecan en seis puntos. Para inducir este escenario, el nodo  $N$  emplea los valores de las distancias hacia las balizas  $B1$ ,  $B2$  y  $B3$  que se muestran en la Tabla I inciso(b) con el fin de caracterizar el escenario antes mencionado. Las operaciones matemáticas revelan un mejor desempeño de multilateración probabilística frente a trilateración, tal como se puede ver en la Figura 4(b).

El error que caracteriza el Escenario 4 es en el que se incurre cuando las estimaciones de las distancias son imprecisas (se manifiesta tanto la subestimación como sobreestimación de distancias) y genera el estado donde únicamente un par de circunferencias se intersecan en dos puntos. Para incitar este estado, el nodo  $N$  emplea los valores de las distancias hacia las balizas  $B1$ ,  $B2$  y  $B3$  que se muestran en la Tabla I inciso(c). Los cálculos matemáticos entregan un mejor resultado para trilateración a diferencia de multilateración probabilística, como se puede observar en la Figura 4(c).

Otro estado de error que se genera con distancias sobreestimadas y subestimadas es cuando una circunferencia está circunscrita en otra y las dos circunferencias mayores se intersecan entre sí, tal como se aprecia en la Figura 4(d). Este fenómeno caracteriza el Escenario 5. Para producir este hecho, el nodo  $N$  emplea los valores de las distancias hacia las balizas  $B1$ ,  $B2$  y  $B3$  que se muestran en la Tabla I inciso(d). Las operaciones matemáticas señalan un mejor desempeño de trilateración en comparación con multilateración probabilística.

El Escenario 6 caracteriza un caso de circunferencias superpuestas, tal como se visualiza en la Figura 4(e). Para conseguir este escenario, el nodo  $N$  emplea los valores de las distancias hacia las balizas  $B1$ ,  $B2$  y  $B3$  que se muestran en la Tabla I inciso(e). Las cálculos matemáticos reportan un mejor resultado para trilateración que para multilateración probabilística.

Finalmente en el Escenario 7, el nodo  $N$  emplea los valores de las distancias hacia las balizas  $B1$ ,  $B2$  y  $B3$  que se muestran en la Tabla I inciso(f) con el fin de caracterizar el concepto de colinealidad. Es importante enfatizar que la no-colinealidad es considerada una precondition del método de trilateración para estimar posición. Por lo tanto, debido a

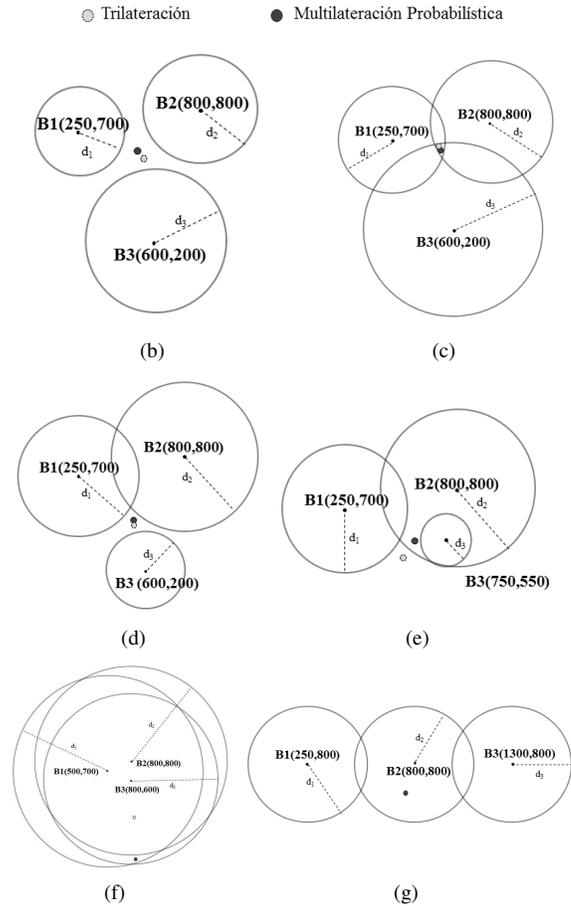


Figura 4: Caracterización de diferentes estados de error de trilateración y multilateración probabilística.

esto, multilateración probabilística es el único método que fue capaz de determinar la posición de  $N$ , tal como se reportó en la Tabla I inciso (f).

Como puede observarse en la Tabla I, la mayor parte de los resultados reportados en los diversos escenarios favorecen a trilateración. Sin embargo, en la caracterización del Escenario 7, trilateración resulta ser ineficiente. Esto se debe a que en redes con un alto nivel de movilidad como son las MANETs, no es posible garantizar la no-colinealidad entre balizas.

Ahora bien, debido a los cambios topológicos constantes que caracterizan a las MANETs, consideramos importante realizar un análisis de sensibilidad para evaluar el desempeño

de los métodos de trilateración y multilateración probabilística cuando grupos de referencias o balizas incurren en algún nivel de colinealidad. En la siguiente sección se especifican los detalles de este experimento.

## V. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE COLINEALIDAD

Este experimento consiste en un simple análisis de sensibilidad que tiene como objetivo conocer los efectos producidos al aplicar diversos niveles de colinealidad a las referencias o balizas que intervienen en el proceso de estimación de posición tanto de trilateración como de multilateración probabilística. En relación al método de trilateración, para este análisis empleamos básicamente la solución del Sistema de Ecuaciones (9) por medio de (10), donde  $x_{\beta_i}$  con  $i \in \{1, 2, 3\}$  denota la coordenada  $x$  de la baliza  $i$ ,  $y_{\beta_i}$  con  $i \in \{1, 2, 3\}$  denota la coordenada  $y$  de la baliza  $i$  y  $d_{\beta_i}$  denota la distancia a la baliza  $i$ . Ambos métodos fueron implementados usando operaciones aritméticas en punto flotante de doble precisión. Los resultados de este análisis presentados en la Figura 5 se basaron en distancias exactas hacia las balizas.

$$\begin{aligned} (x - x_{\beta_1})^2 + (y - y_{\beta_1})^2 &= d_{\beta_1}^2 \\ (x - x_{\beta_2})^2 + (y - y_{\beta_2})^2 &= d_{\beta_2}^2 \\ (x - x_{\beta_3})^2 + (y - y_{beta_3})^2 &= d_{\beta_3}^2 \end{aligned} \quad (9)$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} (d_{\beta_1}^2 - d_{\beta_2}^2) - (x_{\beta_1}^2 - x_{\beta_2}^2) - (y_{\beta_1}^2 - y_{\beta_2}^2) & 2(y_{\beta_2} - y_{\beta_1}) \\ (d_{\beta_1}^2 - d_{\beta_3}^2) - (x_{\beta_1}^2 - x_{\beta_3}^2) - (y_{\beta_1}^2 - y_{\beta_3}^2) & 2(y_{\beta_3} - y_{\beta_1}) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2(x_{\beta_2} - x_{\beta_1}) & 2(y_{\beta_2} - y_{\beta_1}) \\ 2(x_{\beta_3} - x_{\beta_1}) & 2(y_{\beta_3} - y_{\beta_1}) \end{vmatrix}} \quad (10)$$

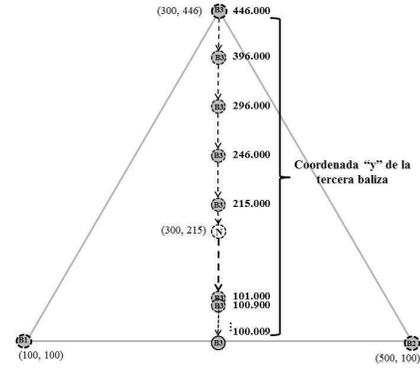
$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2(x_{\beta_2} - x_{\beta_1}) & (d_{\beta_1}^2 - d_{\beta_2}^2) - (x_{\beta_1}^2 - x_{\beta_2}^2) - (y_{\beta_1}^2 - y_{\beta_2}^2) \\ 2(x_{\beta_3} - x_{\beta_1}) & (d_{\beta_1}^2 - d_{\beta_3}^2) - (x_{\beta_1}^2 - x_{\beta_3}^2) - (y_{\beta_1}^2 - y_{\beta_3}^2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2(x_{\beta_2} - x_{\beta_1}) & 2(y_{\beta_2} - y_{\beta_1}) \\ 2(x_{\beta_3} - x_{\beta_1}) & 2(y_{\beta_3} - y_{\beta_1}) \end{vmatrix}}$$

El escenario consistió en fijar la posición de dos balizas y la del nodo que esta intentando estimar su posición. Como se muestra en la Figura 5(a), la posición de la tercer baliza requerida para estimar la posición del nodo se va reubicando hasta alcanzar colinealidad con las otras dos balizas.

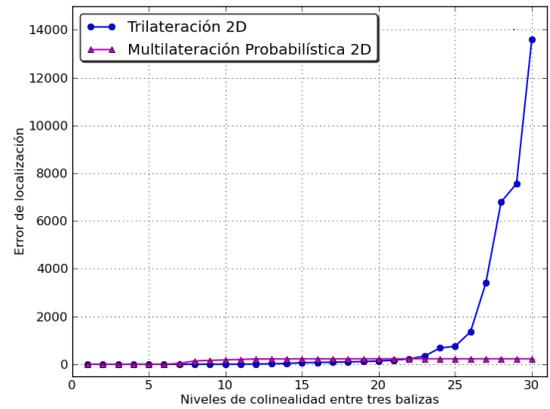
La Figura 5(b) grafica los errores de localización incurridos por los dos métodos. En la Figura se puede observar que el método de multilateración probabilística es mucho menos sensible a la colinealidad que el método de trilateración cuyo error de localización incrementó rápidamente a medida que la tercer baliza se posicionó colinealmente con las otras dos balizas y los denominadores en (10) se aproximaron a un cero.

## VI. ANÁLISIS BASADO EN SIMULACIONES

En esta sección se presentan los resultados de los experimentos de simulación para evaluar el desempeño los métodos de trilateración y multilateración probabilística. Se experimentó con la versión distribuida del algoritmo DV-Hop que emplea trilateración como método para estimar la posición de sus nodos así como la versión DV-Hop modificada que emplea el método multilateración probabilística.



(a) Caracterización gráfica del escenario empleado para evaluar diferentes niveles de colinealidad entre tres balizas.



(b) Efecto de diferentes niveles de colinealidad entre tres balizas.

Figura 5: Colinealidad entre balizas en un espacio bidimensional (2D).

El algoritmo DV-Hop [3] opera de la siguiente manera: las balizas inundan periódicamente la red con paquetes de control para establecer un ordenamiento de los nodos basado en sus distancias en saltos hacia las balizas e informa a cada nodo del componente conexo, la posición actual de cada baliza. De esta manera, cada nodo tiene conocimiento de la ubicación de las balizas y de su distancia en saltos hacia ellas. Entonces, cada baliza utiliza la información recibida de otras balizas para calcular su *promedio de longitud de un salto* (*promedio de tamaño de un salto* en la terminología DV-Hop). En una segunda fase, las balizas diseminan sus estimaciones de promedio de longitud de un salto y los nodos utilizan esta información para calcular las estimaciones de sus distancias Euclidianas hacia las balizas. Con la posición de al menos tres balizas y la distancias Euclidianas estimadas hacia ellas, los nodos usan trilateración para estimar sus posiciones.

Los experimentos fueron ejecutados utilizando a IEEE 802.11 DCF [20] como protocolo de acceso al medio y a 802.11b como modelo de capa física. Las métricas usadas para evaluar el desempeño de los algoritmos son: *error de localización*, *cobertura* y *sobrecarga*. El error de localización se define como la distancia Euclidianas entre la posición real

Tabla II: Ambiente de simulación.

Área de simulación	1400m × 1400m y 1000m × 1000m	Tiempo de simulación	300 segundos
Total de nodos	100	Número de balizas	{3,7,15,31}
Modelo de capa física	IEEE 802.11b	Modelo de propagación	Two-ray ground
Rango de transmisión	250m	Potencia de transmisión	0.28 W
Velocidad de transferencia	11000000bps	Modelo de movilidad	Random Waypoint
Velocidad Min.-Max.	1-20m/s	Tiempo de pausa	10 segundos

del nodo y la posición estimada por los algoritmos. Todas las gráficas presentan esta distancia en términos del radio de transmisión. La cobertura se define como la proporción de nodos que consiguen estimar su posición, y la sobrecarga mide el número total promedio de paquetes transmitidos por nodo, incluyendo balizas. Esta última métrica cuantifica la cantidad de recursos (ancho de banda, memoria, ciclos de CPU) empleados para estimar la posición de los nodos.

Se empleó la versión 2.34 del simulador de eventos discretos NS2 [18], que provee simulación realista de la capa física y una versión bien refinada de IEEE 802.11 DCF. Cada simulación fue ejecutada utilizando 10 semillas diferentes. Las dos versiones de DV-Hop utilizaron un período de tres segundos para actualizar su información de localización. En todos los experimentos, el valor de  $\sigma$  empleado en la implementación del método de multilateración probabilística fue configurado como  $0,25 \times \text{valor estimado del promedio de longitud de un salto}$ . Para todos los escenarios de experimentación tanto los nodos como las balizas están configurados con un rango de transmisión de 250m. La Tabla II describe los parámetros generales del ambiente de simulación.

En la implementación de DV-Hop que emplea el método de trilateración, los nodos seleccionan las tres balizas más cercanas en saltos que no son colineales. Para las implementaciones que emplean multilateración probabilística simplemente se seleccionan las tres balizas más cercanas en saltos.

#### VI-A. Desempeño cuando se incrementa el número de balizas disponibles

En esta sección se presentan los resultados del experimento donde se evalúa el desempeño de los métodos al incrementar el número de balizas disponibles cuando se propaga la señal de radio de acuerdo al modelo de propagación Two-Ray Ground en un plano de 1400m × 1400m. Para este escenario tanto los nodos como las balizas permanecen estáticos durante el experimento de simulación.

En la Figura 6 se puede observar en general que a medida que fue incrementando el número de balizas, el error de localización reportado tanto por DV-Hop empleando ambos métodos decremanta. Estos resultados se esperaban debido a que uno de los principales componentes del error total de estimación es el error incurrido cuando se calcula el promedio de longitud de un salto, que es muy sensible a la distancia en saltos de los nodos a las balizas. Como el número de balizas incrementa, la probabilidad de encontrar balizas cercanas también incrementa y por lo tanto el error de estimación disminuye, esto sin comprometer los porcentajes de cobertura, tal como se puede observar en la Figura 7.

La Figura 8 muestra la sobrecarga inducida por el protocolo DV-Hop empleando tanto trilateración como multilateración probabilística. Como era de esperarse, la sobrecarga aumentó a

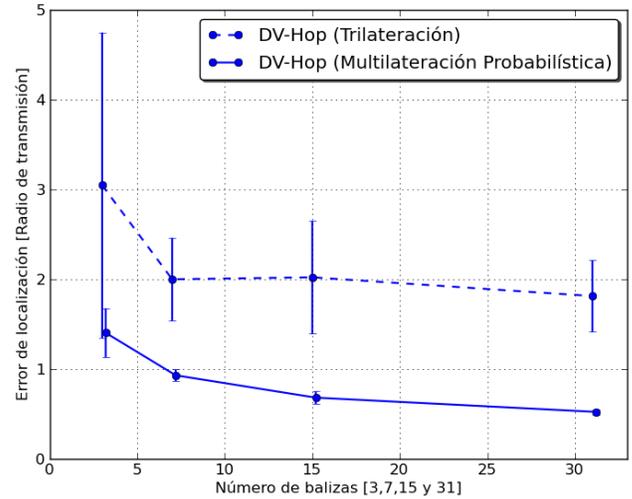


Figura 6: Error de localización cuando se incrementa el número de balizas disponibles.

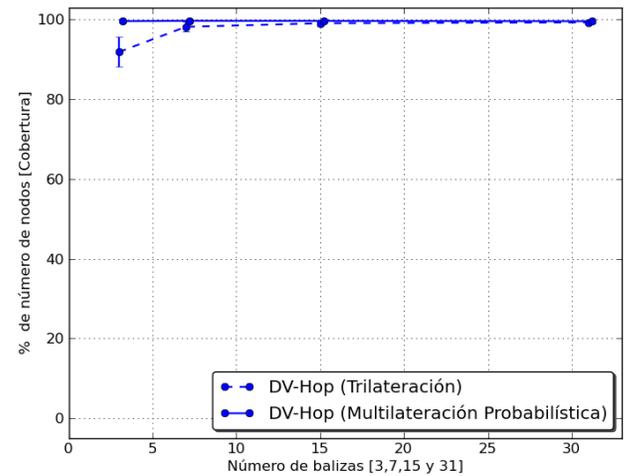


Figura 7: Cobertura cuando se incrementa el número de balizas disponibles.

medida que el número de balizas incrementó debido a que las balizas son quienes inician el proceso de diseminación de información de localización. DV-Hop está diseñado para inundar toda la red haciéndolo más costoso en términos de consumo de energía, contención y congestión. El protocolo DV-Hop consume recursos considerables ya que tiene que inundar la red dos veces cada período de actualización. La primera vez para informar a cada nodo de la red su distancia en saltos hacia la baliza así como su la posición actual de ésta, y la segunda para difundir el promedio de longitud de un salto. Es importante señalar que la sobrecarga también tiene un impacto negativo sobre el error de localización reportado por DV-Hop debido a que más paquetes se pierden a causa de las colisiones y congestión de las colas. Esto último provoca errores al momento de calcular las distancias en saltos hacia las balizas.

En la Figura 6 podemos observar las notables mejoras de rendimiento alcanzadas al reemplazar el método de trilateración

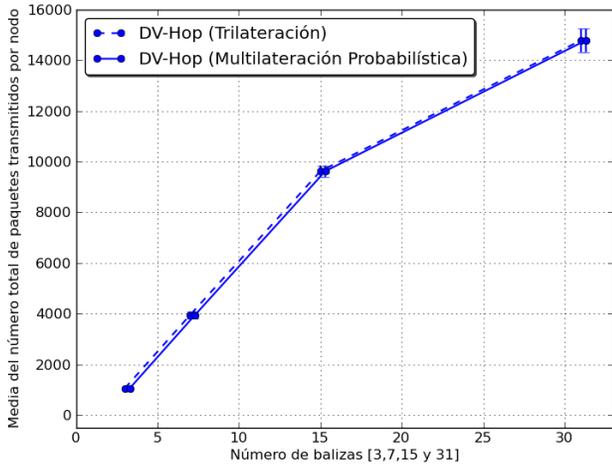


Figura 8: Sobrecarga cuando se incrementa el número de balizas disponibles.

por el método de multilateración probabilística, sin comprometer la cobertura (ver Figura 7). La versión DV-Hop que emplea multilateración probabilística reportó errores de localización que van desde la mitad hasta un cuarto de los que reportó el protocolo DV-Hop que emplea trilateración. Debido a que el algoritmo DV-Hop que emplea el método de multilateración probabilística usa el mismo algoritmo distribuido que DV-Hop que emplea trilateración, ambos incurren exactamente en la misma sobrecarga de control, tal como se puede apreciar en la Figura 8.

#### VI-B. Desempeño cuando se decremanta el tamaño del terreno y se incrementa la densidad de nodos

En esta sección se presentan los resultados del experimento donde se evalúa el desempeño de los métodos al decremanta el tamaño del terreno de simulación de 1400m x 1400m a 1000m x 1000m y como consecuencia el incremento de la densidad de nodos. En este experimento se propaga la señal de radio de acuerdo al modelo de propagación Two-Ray Ground. Para este escenario tanto los nodos como las balizas permanecen estáticos durante el experimento de simulación.

En las Figuras 9, 10 y 11 se reportan los resultados de este experimento. Las gráficas muestran en general que el error de localización disminuyó al incrementar el número de balizas disponibles, que se mantuvo un alto porcentaje de cobertura y que la sobrecarga fue incrementado en la medida que incrementó el número de balizas disponibles.

Al sustituir el método de trilateración por el método multilateración probabilística podemos observar en la Figura 9 que el error de localización que reportó DV-Hop (Trilateración) en un terreno 1000m x 1000m se redujo aproximadamente un tercio con respecto al reportado por DV-Hop (Trilateración) en un terreno 1400m x 1400m. De la misma manera DV-Hop (Multilateración Probabilística) en un terreno 1000m x 1000m disminuyó el error de localización, aunque en mínima proporción, al reportado por DV-Hop (Multilateración Probabilística) en un terreno 1400m x 1400m. También puede observarse que al incrementarse la densidad de nodos, DV-Hop (Multilateración Probabilística) incurrió en errores de

localización de la mitad, en promedio, en comparación a DV-Hop (Trilateración). En general, si se incrementa la densidad de nodos se reduce el promedio de las distancias de los nodos hacia las balizas, lo cual incrementa también la calidad de la información de localización disponible para los nodos. Bajo estas circunstancias, DV-Hop (Trilateración) resultó ser más sensible al estimar la posición de sus nodos que DV-Hop (Multilateración Probabilística).

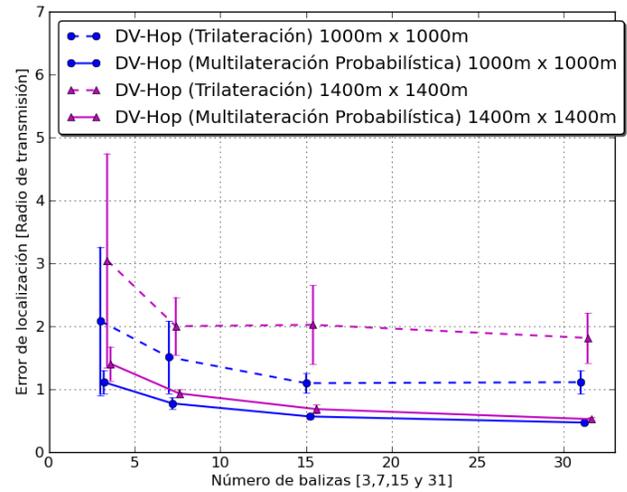


Figura 9: Error de localización cuando se decremanta el tamaño de terreno de simulación y se incrementa la densidad de nodos.

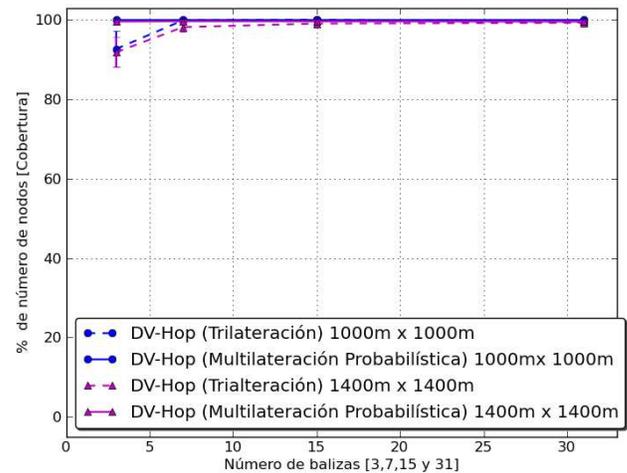


Figura 10: Cobertura cuando se decremanta el tamaño de terreno de simulación y se incrementa la densidad de nodos.

En relación a la sobrecarga, los métodos evaluados en un plano de 1000m x 1000m reportan un leve decremento de sobrecarga con respecto a los métodos cuando fueron evaluados en un plano de 1400m x 1400m. La razón principal radica en que al incrementar la densidad de nodos, se genera una mayor pérdida de paquetes debido a las colisiones y la congestión de las colas. Esto último induce errores al calcular las distancias en saltos hacia las balizas y como consecuencia tiene un impacto negativo sobre los errores de localización

reportados.

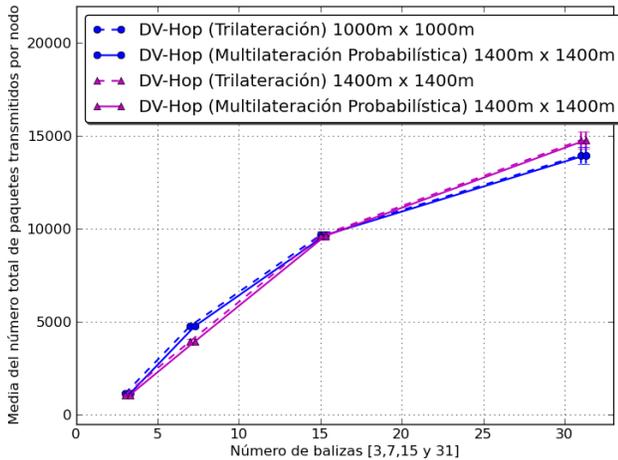


Figura 11: Sobrecarga cuando se decremента el tamaño de terreno de simulación y se incrementa la densidad de nodos.

### VI-C. Desempeño cuando se incrementa el nivel de movilidad de los nodos

En esta sección se presentan los resultados del experimento donde se evalúa el desempeño de los métodos al incrementar el nivel de movilidad tanto de los nodos como de las balizas. Se evaluaron tres escenarios con tres niveles de movilidad. En el Escenario 1, tanto las balizas como los nodos son estáticos. En el Escenario 2, las balizas son estáticas y los nodos son móviles, y en el Escenario 3, las balizas y los nodos son móviles. La propagación de la señal de radio fue de acuerdo al modelo de Two-Ray Ground en los planos de  $1400\text{m} \times 1400\text{m}$  y  $1000\text{m} \times 1000\text{m}$ . Se empleó Random Waypoint como modelo de movilidad. Las velocidades de los nodos varían aleatoriamente de 1 a 20 m/s (de 3.6 a 72 km/h) con un tiempo de pausa de 10 segundos. Este rango de velocidades es empleado para cubrir desde velocidades de peatones hasta vehiculares.

En las Figuras 12(a-c) se puede observar que a medida que incrementa tanto el número de balizas disponibles como los niveles de movilidad, los errores de localización que alcanzan tanto DV-Hop (Trilateración) como DV-Hop (Multilateración Probabilística) incrementan. Este fenómeno ocurre porque la movilidad de los nodos tiende a reducir tanto la exactitud de la información topológica de la red como la información de localización disponible para los nodos, y DV-Hop es un protocolo que depende de manera importante de la fiabilidad de dicha información para tener un buen desempeño.

En la Figura 12(d-f) queda de manifiesto que el incremento de la movilidad no comprometió la cobertura. Las gráficas (e-f) de la Figura 12 reportan tanto DV-Hop (Trilateración) como DV-Hop (Multilateración Probabilística) con un porcentaje del 100%. Al incrementar los niveles de movilidad, los nodos incrementaron también la probabilidad de poseer información de localización de al menos tres balizas para estimar su posición.

Por último, los resultados señalan que al incrementar el nivel de movilidad de los nodos, la sobrecarga de control

disminuyó y produjo un impacto negativo sobre los errores de localización alcanzados al evaluar DV-Hop (Trilateración) y DV-Hop (Multilateración Probabilística). La pérdida de paquetes debido a la movilidad es provocada principalmente por las colisiones y la congestión de las colas que induce en errores en los cálculos de las distancias en saltos de los nodos hacia las balizas, y como consecuencia un impacto negativo en la estimación de la posición de los nodos.

## VII. CONCLUSIONES

En este artículo se presentó un análisis comparativo experimental de trilateración y multilateración probabilística. Ambos métodos son presentados en la literatura como técnicas empleadas para estimar la posición de un punto, basada en la posición de tres o más referencias y las distancias hacia ellas. El método de trilateración sufre de incertidumbre, inconsistencia y ambigüedad cuando las distancias estimadas no son fiables, incluso con estimaciones perfectas de distancias, esta técnica puede fallar si el nodo es colineal con cualquier grupo de dos balizas de las tres utilizadas como referencias. El segundo método, multilateración probabilística, se introdujo recientemente como solución a las deficiencias del método de trilateración. Los resultados de nuestros tres tipos de experimentos confirman nuestra hipótesis en relación a que el método de multilateración probabilística efectivamente reduce el impacto de la incertidumbre, inconsistencia y ambigüedad, los cuales impactan de manera negativa el desempeño del método tradicional de trilateración.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado en parte gracias al financiamiento del Instituto Tecnológico de Matamoros, del Instituto Politécnico Nacional, del Instituto México Estados Unidos de la Universidad de California (UC MEXUS), y del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México (CONACyT).

## REFERENCIAS

- [1] A. Prabhakar, "Breakthrough Technologies for National Security," Defense Advanced Research Projects Agency (DARPA), Tech. Rep., March 2015.
- [2] S. Basagni, M. Conti, S. Giordano, and I. Stojmenovic, *Mobile Ad Hoc networking: the cutting edge directions*. John Wiley & Sons, 2013, vol. 35.
- [3] D. Niculescu and B. Nath, "Ad hoc positioning system (aps)," in *Proc. of IEEE GLOBECOM*, vol. 5. IEEE, 2001, pp. 2926–2931.
- [4] R. Nagpal, H. Shrobe, and J. Bachrach, "Organizing a global coordinate system from local information on an ad hoc sensor network," in *Information Processing in Sensor Networks*, vol. 2634. Springer Berlin Heidelberg, 2003, pp. 333–348.
- [5] N. Bulusu, J. Heidemann, and D. Estrin, "Gps-less low-cost outdoor localization for very small devices," *IEEE Personal Communications*, vol. 7, no. 5, pp. 28–34, 2000.
- [6] T. He, C. Huang, B. M. Blum, J. A. Stankovic, and T. Abdelzaher, "Range-free localization schemes in large scale sensor networks," in *Proceedings of the 9th annual international conference on mobile computing and networking*. ACM, 2003, pp. 81–95.
- [7] S. Gurung, A. M. Hossain, and K. Kanchanasut, "A hop-count based positioning algorithm for wireless ad-hoc networks," *Wireless Networks*, vol. 20, no. 6, pp. 1431–1444, 2014.
- [8] S. Merkel, S. Mostaghim, and H. Schmeck, "Hop count based distance estimation in mobile ad hoc networks—challenges and consequences," *Ad Hoc Networks*, vol. 15, pp. 39–52, 2014.

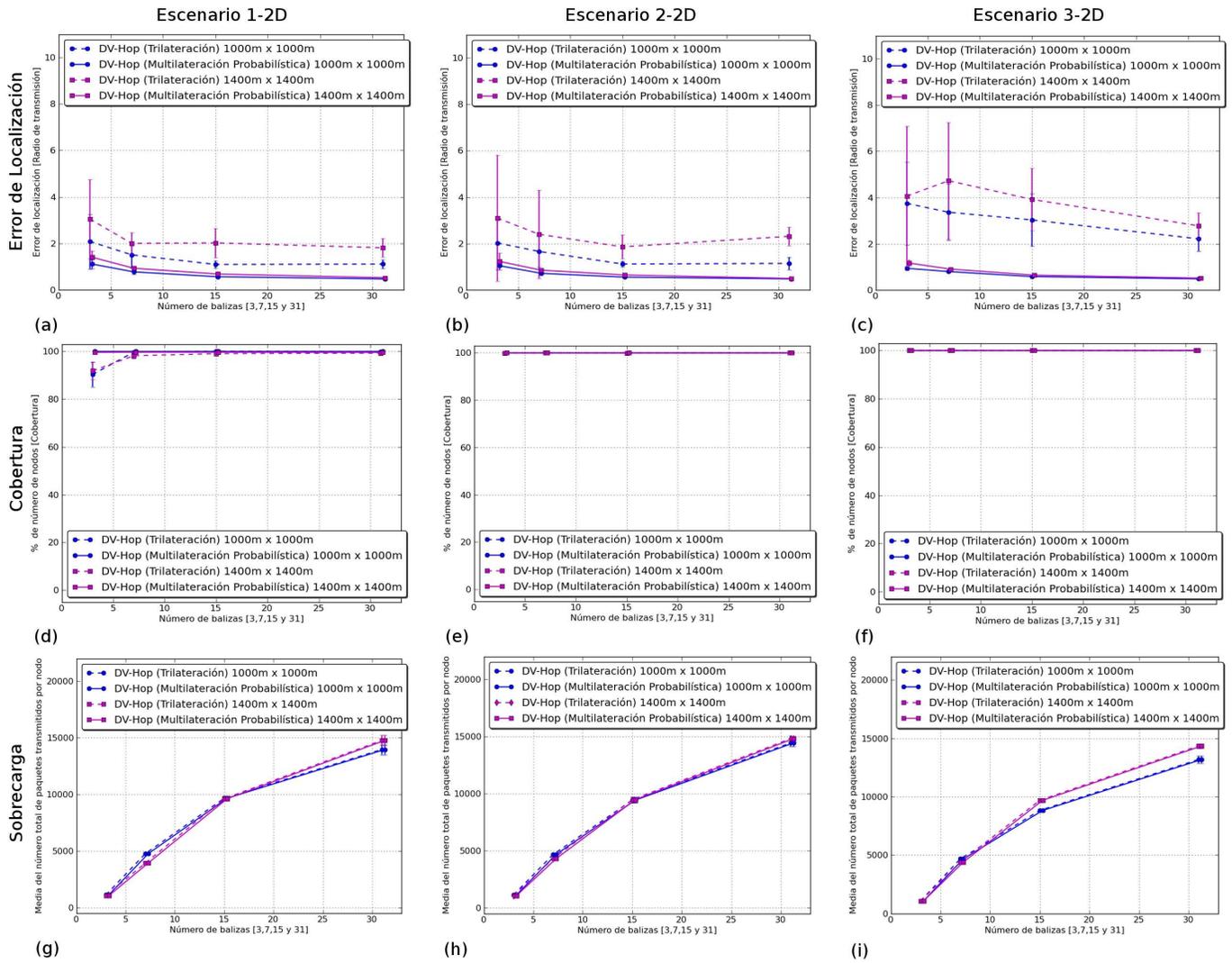


Figura 12: Efecto de movilidad e incremento del número de balizas.

[9] D. Munoz, F. Bouchereau, C. Vargas, and R. Enriquez, *Position Location Techniques and Applications*, 1st ed. Academic Press, 2009.

[10] Y. Liu, Z. Yang, X. Wang, and L. Jian, "Location, localization, and localizability," *Journal of Computer Science and Technology*, vol. 25, no. 2, pp. 274–297, 2010.

[11] F. Thomas and L. Ros, "Revisiting trilateration for robot localization," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 21, no. 1, pp. 93–101, 2005.

[12] Z. Yang and Y. Liu, "Quality of trilateration: Confidence-based iterative localization," *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, vol. 21, no. 5, pp. 631–640, 2010.

[13] J. Powers, "Range trilateration error analysis," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 4, no. AES-2, pp. 572–585, 1966.

[14] A. Savvides, W. L. Garber, R. L. Moses, and M. B. Srivastava, "An analysis of error inducing parameters in multihop sensor node localization," *IEEE Transactions on Mobile Computing*, vol. 4, no. 6, pp. 567–577, 2005.

[15] J. N. Ash and R. L. Moses, "Sensor localization error decomposition: Theory and applications," in *IEEE/SP 14th Workshop on Statistical Signal Processing, 2007. SSP'07*. IEEE, 2007, pp. 660–664.

[16] A. Pineda-Briseño, "Enrutamiento y posicionamiento integrado en redes móviles ad hoc," Ph.D. dissertation, Centro de Investigación en Computación. Instituto Politécnico Nacional, México., 2013.

[17] A. Pineda-Briseño, R. Menchaca-Mendez, E. Chavez, G. Guzman, R. Menchaca-Mendez, R. Quintero, M. Torres, M. Moreno, and J. L. Diaz-De-Leon, "A probabilistic approach to location estimation in manets," *Ad Hoc & Sensor Wireless Networks*, vol. 28, no. 1-2, pp. 97–114, 2015.

[18] NS2. Network-simulator. <http://nsnam.isi.edu/nsnam/index.php>.

[19] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical recipes in C*. Cambridge university press Cambridge, 1996, vol. 2.

[20] *IEEE Std 802.11: Wireless LAN medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications*, 1997.